

Cinematica dei processi d'urto: conservazione di energia e impulso nei processi di collisione.

- Collisioni elastiche: l'effetto Compton
- Cinematica delle collisioni a due corpi
- Il riferimento del centro di massa
- Reazioni endotermiche ed esotermiche
- Ricombinazione atomica
- Cattura di neutroni
- Annichilazione di positroni lenti
- Acceleratori di particelle e soglia di reazione
- Fotoproduzione di pioni
- I raggi cosmici di altissima energia
- Collisionatori di particelle
- La scoperta dei leptoni tau
- La produzione di Z^0 al LEP
- Collisionatori adronici: il progetto LHC

L'effetto Compton

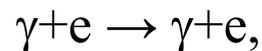
• La luce visibile è diffusa dagli elettroni. Elettroni liberi si comportano come sfere di raggio confrontabile col raggio classico dell'elettrone :

$$r_e = e^2/m_e c^2 = 2.9 \cdot 10^{-13} \text{cm} = 2.9 \text{fm} .$$

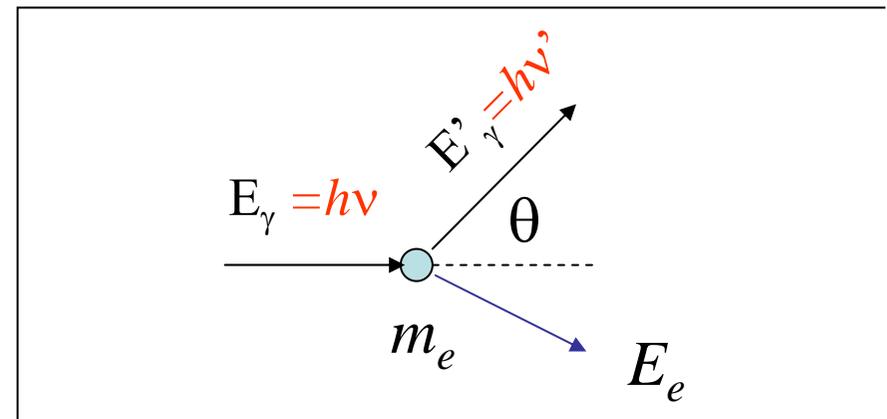
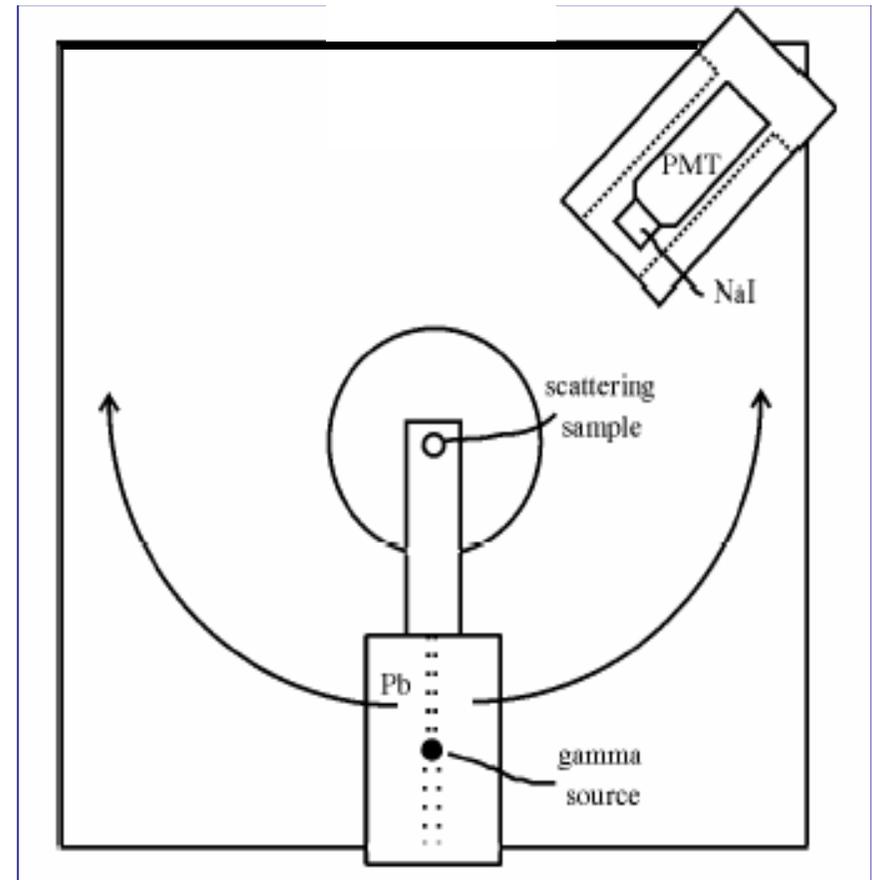
- La radiazione diffusa ha la stessa lunghezza d'onda (e dunque la stessa energia) della radiazione incidente.
- Se si studia il processo a frequenze (=energie) più alte, si trova che la lunghezza d'onda della radiazione diffusa λ' dipende dall'angolo di diffusione, come osservato per la prima volta da Compton.

$$\lambda' = \lambda + (1 - \cos \theta) h/m_e c .$$

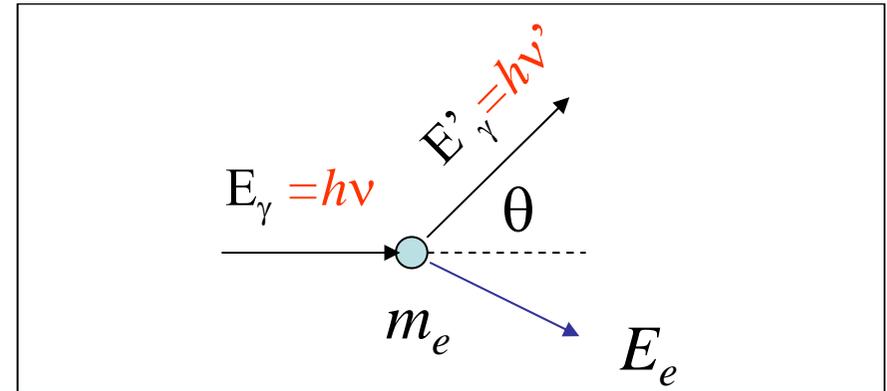
• In sostanza, si studia il processo d'urto elastico



dove l'elettrone iniziale è supposto fermo e e libero e si determina la cinematica del processo usando le leggi di conservazione dell'energia e dell' impulso.



Conservazione dell' energia e dell' impulso nell' effetto Compton



• Per determinare l'energia della radiazione diffusa si utilizza la conservazione dell'energia e dell'impulso

$$-En. \rightarrow E_\gamma + m_e c^2 = E'_\gamma + E_e \quad (1)$$

$$-P_{//} \rightarrow P_\gamma = P'_{\gamma//} + p_{e//} \quad (2)$$

$$-P_t \rightarrow 0 = P'_{\gamma t} + p_{et} \quad (3)$$

Inoltre ho le condizioni di massa

$$-E_e^2 = m_e^2 c^4 + p_{e//}^2 c^2 + p_{et}^2 c^2 \quad (4)$$

$$-E_\gamma = c P_\gamma ; E'_\gamma = c P'_\gamma \quad (5)$$

e la relazione trigonometrica:

$$-P'_{\gamma//} = P'_\gamma \cos \theta = (E'_\gamma / c) \cos \theta \quad (6)$$

$$-P'_{\gamma t} = P'_\gamma \sin \theta = (E'_\gamma / c) \sin \theta \quad (7)$$

$$-Da (1) \quad E_e^2 = (E_\gamma + m_e c^2 - E'_\gamma)^2$$

$$-Da (2) \quad p_{e//}^2 = (E_\gamma / c - (E'_\gamma / c) \cos \theta)^2$$

$$-Da (3) \quad p_{et}^2 = (E'_\gamma / c \sin \theta)^2.$$

• Sostituendo queste in (4) trovo :

$$E_\gamma E'_\gamma (1 - \cos \theta) = (E_\gamma - E'_\gamma) m_e c^2 \quad (8)$$

• Risolvendo per E'_γ trovo:

$$E'_\gamma(\theta) = E_\gamma / [1 + (1 - \cos \theta)(E_\gamma / m_e c^2)]$$

• Posso esprimere questa relazione in termini delle frequenze o delle lunghezze d'onda mediante $E = h\nu = hc/\lambda$ e trovare la relazione di Compton*:

$$(9) \quad \lambda' = \lambda + (1 - \cos \theta) h / m_e c.$$

• La verifica sperimentale di tali relazioni è coerente con l'interpretazione corpuscolare della luce: la radiazione di lunghezza λ (frequenza $\nu = c/\lambda$) è portata da corpuscoli (fotoni) per i quali vale: $E = h\nu$ e $E = cp$.

*) La 9 si ottiene facilmente dalla (7) dividendo per $E_\gamma E'_\gamma$

$$E'_\gamma(\theta) = E_\gamma / [1 + (1 - \cos\theta)(E_\gamma / m_e c^2)]$$

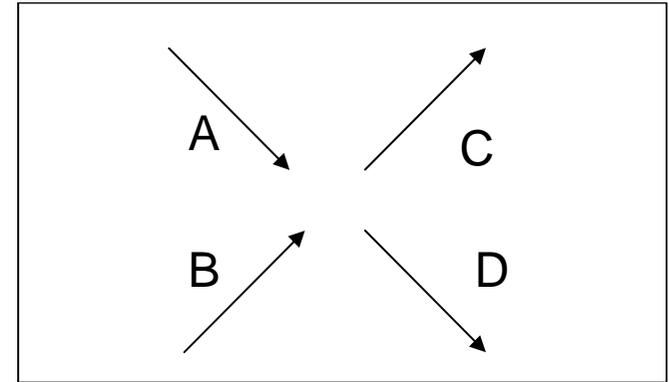
Osservazioni sull'effetto Compton

- Osservare che per $E_\gamma \ll m_e c^2$ si ha $E'_\gamma(\theta) = E_\gamma$, cioè il risultato classico (=non relativistico) di Thomson.
- Dalla conservazione dell'energia, posso immediatamente ricavare l'energia (cinetica) dell'elettrone. La massima energia corrisponde al caso $\theta = \pi$
- Posso avere diffusione elastica di fotoni anche sui protoni, ma l'energia ceduta è molto più bassa che nel caso di urti contro elettroni, e inoltre si può vedere che la probabilità che il processo avvenga è più bassa per un fattore $(m_e/m_p)^2$.
- Da notare che la formula di Compton, fissata la direzione, determina l'energia del fotone, cioè determina la cinematica del processo.
- Tuttavia non dà informazioni sulla distribuzione dei fotoni. Non risponde a domande tipo: quale è la frazione di fotoni diffusi entro 45° ? Quale è la distanza media percorsa dai fotoni prima di essere deviati da un urto, come dipende dall'energia?
- Questo tipo di domande riguardano la dinamica del processo, cioè le forze che agiscono fra le particelle.
- Se considerassi il processo $\nu + e \rightarrow \nu + e$, nel limite in cui posso trascurare la massa del neutrino le relazioni cinematiche sono le stesse.
- La probabilità di questa reazione è però molto inferiore, per effetto delle diverse intensità delle interazioni dei fotoni e dei neutrini.

Arthur H. Compton

- **Arthur Holly Compton** was born at Wooster, Ohio, on September 10th, 1892,. He studied at [Cambridge University](#) as a National Research Council Fellow. In 1920, he was appointed Wayman Crow Professor of Physics, and Head of the Department of Physics at the [Washington University, St. Louis](#); and in 1923 he moved to the [University of Chicago](#) as Professor of Physics. Compton returned to St. Louis as Chancellor in 1945 and from 1954 until his retirement in 1961 he was Distinguished Service Professor of Natural Philosophy at the Washington University.
- In his early days at Princeton, Compton devised an elegant method for demonstrating the Earth's rotation, but he was soon to begin his studies in the field of X-rays. He developed a theory of the intensity of X-ray reflection from crystals as a means of studying the arrangement of electrons and atoms, and in 1918 he started a study of X-ray scattering. This led, in 1922, to his discovery of the increase of wavelength of X-rays due to scattering of the incident radiation by free electrons, which implies that the scattered quanta have less energy than the quanta of the original beam. This effect, nowadays known as the *Compton effect*, which clearly illustrates the particle concept of electromagnetic radiation, was afterwards substantiated by C. T. R. Wilson who, in his cloud chamber, could show the presence of the tracks of the recoil electrons.. For this discovery, Compton was awarded the Nobel Prize in Physics for 1927 (sharing this with C. T. R. Wilson who received the Prize for his discovery of the cloud chamber method).
- In addition, Compton discovered (with C. F. Hagenow) the phenomenon of total reflection of X-rays and their complete polarization, which led to a more accurate determination of the number of electrons in an atom. He was also the first (with R. L. Doan) who obtained X-ray spectra from ruled gratings, which offers a direct method of measuring the wavelength of X-rays. By comparing these spectra with those obtained when using a crystal, the absolute value of the grating space of the crystal can be determined. The Avogadro number found by combining above value with the measured crystal density, led to a new value for the electronic charge. This outcome necessitated the revision of the [Millikan](#) oil-drop value from 4.774 to 4.803×10^{-10} e.s.u. (revealing that systematic errors had been made in the measurement of the viscosity of air, a quantity entering into the oil-drop method).
- During 1930-1940, Compton led a world-wide study of the geographic variations of the intensity of cosmic rays, thereby fully confirming the observations made in 1927 by J. Clay from Amsterdam of the influence of latitude on cosmic ray intensity. He could, however, show that the intensity was correlated with geomagnetic rather than geographic latitude. This gave rise to extensive studies of the interaction of the Earth's magnetic field with the incoming isotropic stream of primary charged particles.

Cinematica delle collisioni a due corpi



- Consideriamo una collisione fra due particelle A e B al termine della quale si abbiano due particelle C e D
 $A + B \rightarrow C + D$
- Lo stato iniziale * del sistema è fissato dando le energie E_A ed E_B e gli impulsi \mathbf{P}_A e \mathbf{P}_B delle due particelle.
- Lo stato finale* del sistema è definito dando E_C ed E_D ed inoltre \mathbf{P}_C e \mathbf{P}_D
- La domanda è che sappiamo dire dello stato finale, note le condizioni iniziali, sulla base delle leggi della conservazione dell'energia e dell'impulso.
- Ho otto incognite (E_c, \mathbf{P}_c), (E_d, \mathbf{P}_d), e sei relazioni:
 - Cons. energia: $E_A + E_B = E_C + E_D$
 - Cons. impulso: $\mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B = \mathbf{P}_C + \mathbf{P}_D$
 - Massa di C: $m_C^2 c^4 = E_C^2 - c^2 \mathbf{P}_C^2$
 - Massa di D: $m_D^2 c^4 = E_D^2 - c^2 \mathbf{P}_D^2$
- Perché il problema sia determinato occorre specificare ancora due informazioni, ad esempio la direzione (θ, ϕ) dell'impulso di una particella nello stato finale**.
- Il fatto che il problema sia determinato non significa che esista la soluzione, in quanto la conservazione dell'energia e dell'impulso impone comunque delle restrizioni.
- *Questo è vero se non ho gradi di libertà interni, come lo spin
- **Questo è ciò che abbiamo fatto nello studio dell'effetto Compton

Il riferimento del centro di massa*

- Il problema si semplifica nel riferimento del centro di massa, cioè quel riferimento in cui l'impulso totale è nullo: $\mathbf{P}_A^* + \mathbf{P}_B^* = 0$
- Posso determinare la velocità \mathbf{v} di questo riferimento usando le trasformazioni di Lorentz per il quadrimpulso totale $P = (E, c\mathbf{P}) = (E_A + E_B, \mathbf{P}_A + \mathbf{P}_B)$ e richiedendo che nel nuovo riferimento la componente spaziale sia $\mathbf{P}^* = 0$ ho:

$$0 = \mathbf{P}^* = -\gamma (\mathbf{P} - \mathbf{v} E) \Rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{P}/E.$$

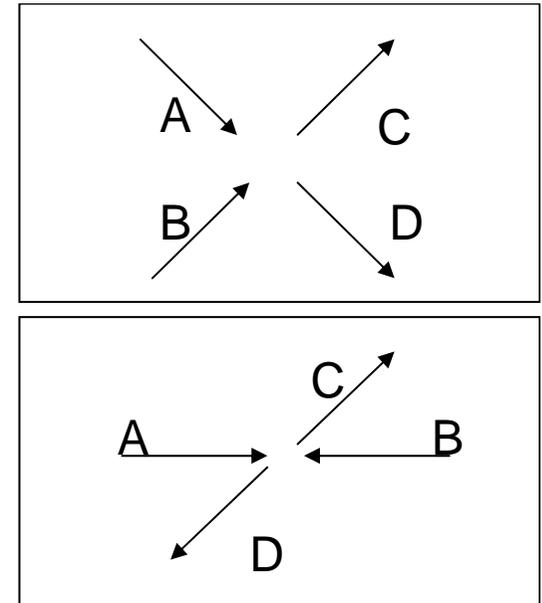
- In questo riferimento gli impulsi delle particelle nello stato iniziale e finale sono uguali ed opposti: $\mathbf{P}_A^* = -\mathbf{P}_B^* = \mathbf{p}_i^*$; $\mathbf{P}_C^* = -\mathbf{P}_D^* = \mathbf{p}_f^*$
- L'energia totale nel centro di massa (***) E^* la posso scrivere in termini di m_A , m_B e del modulo dell'impulso di ciascuna particella nello stato iniziale p_i :

$$E^* = (m_A^2 + p_i^2)^{1/2} + (m_B^2 + p_i^2)^{1/2}$$

- Dare lo stato iniziale del sistema significa fissare m_A , m_B e p_i (Evidentemente $E^* \geq m_A + m_B$).
- La conservazione dell'energia e dell'impulso nel centro di massa dà dunque:

$$(m_A^2 + p_i^2)^{1/2} + (m_B^2 + p_i^2)^{1/2} = (m_C^2 + p_f^2)^{1/2} + (m_D^2 + p_f^2)^{1/2}$$

- Questa è una relazione cinematica con importanti conseguenze.

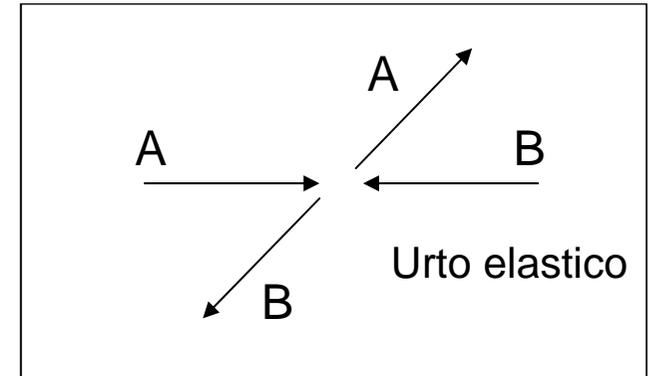


*In questo paragrafo e nei successivi porremo $c=1$ per semplificare le notazioni. Energie, impulsi e masse sono dunque espressi nelle stesse unità

**Determinare il valore di v nel caso dell'effetto Compton

***In genere si indica con s il quadrato di E^* : $s = E^{*2}$ è una delle cosiddette variabili di Mandelstam

Urti elastici



- La conservazione dell'energia e dell'impulso nel centro di massa dà dunque:

$$(1) \quad (m_A^2 + p_i^2)^{1/2} + (m_B^2 + p_i^2)^{1/2} = (m_C^2 + p_f^2)^{1/2} + (m_D^2 + p_f^2)^{1/2}$$

- Il problema è determinare se esiste p_f per cui la relazione sia soddisfatta.
- Da notare che le leggi di conservazione determinano solo il modulo. Nel centro di massa, il vettore p_f può assumere qualsiasi direzione.
- Si hanno **collisioni elastiche** quando le particelle nello stato iniziale e finale sono le stesse ($A=C$, $B=D$)*. In questo caso ho sempre la soluzione $p_f=p_i$, cioè nel centro di massa le particelle scambiano impulso, ma non energia* **.

* Questa definizione è coerente con quella data nei corsi precedenti: l'energia e l'impulso totali si conservano sempre, ma non è detto che siano portati dalle stesse particelle che compaiono nello stato iniziale.

** Es: determinare l'impulso del fotone nel centro di massa per l'effetto Compton

Urti inelastici: reazioni esotermiche ed endotermiche

$$(1) (m_A^2 + p_i^2)^{1/2} + (m_B^2 + p_i^2)^{1/2} = (m_C^2 + p_f^2)^{1/2} + (m_D^2 + p_f^2)^{1/2}$$

- Si hanno collisioni inelastiche quando le particelle nello stato iniziale e finale sono diverse. Distinguiamo due casi:

1) $m_A + m_B > m_C + m_D$: quale che sia p_i , esiste sempre un valore di p_f per cui la (1) è soddisfatta.

- Le particelle nello stato finale portano energia cinetica $T_C + T_D = E^* - (m_C + m_D)$, cioè la reazione è esoenergetica (o esotermica).
- L'energia cinetica minima portata dalle particelle nello stato finale corrisponde al caso in cui le due particelle iniziali siano a riposo e vale:

$$Q = \sum m_{in} - \sum m_{fin} .$$

- Questa quantità è detta il Q-valore della reazione

2) $m_A + m_B < m_C + m_D$: quale che sia p_f , l'energia nello stato finale è $E^* \geq E^*_{min} = m_C + m_D$.

- La reazione può avvenire dunque solo se l'energia dello stato iniziale nel c.m. è almeno E^*_{min} , e dunque le particelle nello stato iniziale devono essere in moto.
- La reazione assorbe energia cinetica, è dunque endoenergetica (endotermica)
- Il valore E^*_{min} è detto **energia di soglia** della reazione nel rif. del c.m.

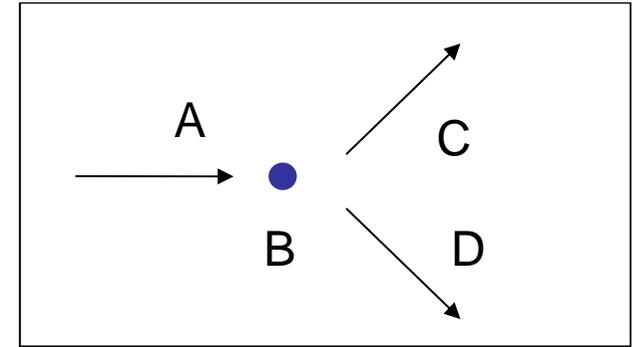
Ripartizione dell'energia e dell'impulso

- Nel centro di massa, le particelle C e D hanno uguale impulso, ma le loro energie E_C^* ed E_D^* sono diverse, e così le loro energie cinetiche $T_i = E_i^* - m_i$.
- Le posso determinare in termini dell'energia totale nel centro di massa E^* dalla conservazione dell'energia e dell'impulso. Supponiamo, per semplicità di notazioni, che le particelle nello stato iniziale siano entrambe ferme
 - cons. energia $\rightarrow m_A + m_B = m_C + T_C + m_D + T_D \rightarrow T_C + T_D = Q$ (2)
 - cons. impulso $\rightarrow E_C^{*2} - m_C^2 = p_f^2 = E_D^{*2} - m_D^2 \rightarrow (T_C + m_C)^2 - m_C^2 = (T_D + m_D)^2 - m_D^2$
- Da questa ricavo: $T_C^2 + 2T_C m_C = T_D^2 + 2T_D m_D$ (3).
- Risolvendo il sistema (2) e (3) trovo:

$$T_C = \frac{\frac{1}{2}Q^2 + m_D Q}{Q + m_C + m_D}; T_D = \frac{\frac{1}{2}Q^2 + m_C Q}{Q + m_C + m_D}$$

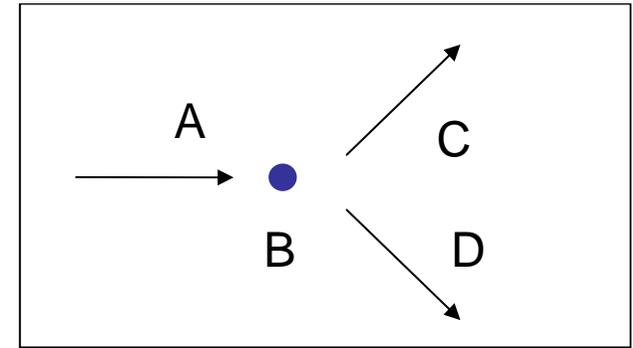
- Il primo termine è comune per le due particelle, mentre il secondo dipende dalla massa dell'altra. Si vede dunque che se $m_C < m_D$ allora $T_C > T_D$, ossia è la **particella più leggera** quella che **porta la maggior parte dell'energia**.

Riferimento del centro di massa e riferimento del laboratorio



- Spesso accade che una delle due particelle sia “ferma” nel laboratorio, ossia il laboratorio non coincide col riferimento del centro di massa, ma col riferimento di quiete di una di queste particelle.
- Una volta risolto il problema dell’urto nel riferimento del centro di massa, posso esprimere la soluzione in termini delle osservabili (energie e impulsi) misurati nel laboratorio
- Se nel laboratorio la particella A ha quadrimpulso $P_A = (E_A, \mathbf{P}_A)$ mentre la particella B è in quiete $P_B = (m_B, \mathbf{0})$ il riferimento del c.m. si muove rispetto al laboratorio con $\mathbf{v} = \mathbf{P}_{\text{tot}}/E_{\text{tot}} = \mathbf{P}_A/(E_A + m_B)$ e naturalmente il lab. Si muove con $-\mathbf{v}$ rispetto al c.m.
- Quantità che sono invarianti per trasformazioni di Lorentz (come le masse, l’energia nel centro di massa) hanno lo stesso valore in ogni riferimento, ma in generale le energie e gli impulsi misurati sono diversi nei due riferimenti.

Energia nel centro di massa e nel laboratorio



- Studiamo la collisione $A+B \rightarrow C + D$ nel riferimento in cui B (il “bersaglio”) è in quiete ed A (il “proiettile”) urta contro B con energia E_A .
- Nel riferimento del laboratorio, l’energia totale è $E_A + m_B$.
- Posso determinare l’energia totale nel centro di massa, E^* , considerando $s = PP$, dove P è il quadrimpulso totale. L’invariante relativistico s assume lo stesso valore nel c.m. e nel laboratorio:
- a) Nel riferimento del c.m, $\mathbf{P}=0$ e dunque $s = E^{*2}$.
- b) Nel riferimento del laboratorio:
- $s = PP = (E_A + E_B)^2 - (\mathbf{p}_A + \mathbf{p}_B)^2 = (E_A + m_B)^2 - \mathbf{p}_A^2 = 2m_B E_A + m_A^2 + m_B^2$.
- Uguagliando le due espressioni, trovo un’importante relazione fra il quadrato dell’energia nel centro di massa, $s = E^{*2}$ e l’energia del proiettile E_A nel laboratorio:

$$E^{*2} = s = 2E_A m_B + m_A^2 + m_B^2$$

- Affinchè la reazione $A+B \rightarrow C + D$ possa avvenire, deve essere $E^* \geq E^*_0 = \Sigma m_{\text{fin}}$. Nel laboratorio, il proiettile dovrà dunque avere $E_A \geq E_{\text{th}}$ dato da:

$$2E_{\text{th}} m_B = (\Sigma m_{\text{fin}})^2 - m_A^2 - m_B^2$$

- E_{th} è l’energia di soglia nel laboratorio perché la reazione possa avvenire.

Reazioni esoenergetiche

- Per prima cosa studiamo la cinematica di alcune reazioni eso-energetiche, cioè quelle reazioni in cui viene liberata energia cinetica, in quanto:

$$\Sigma m_{\text{in}} > \Sigma m_{\text{fin}}.$$

- Consideriamo tre esempi caratteristici di altrettante classi di reazioni:
 - ricombinazione atomica: $e + p \rightarrow H + \gamma$, come prototipo delle reazioni atomiche e molecolari
 - cattura di neutroni $n + p \rightarrow d + \gamma$, come prototipo delle reazioni di fusione nucleare.
 - l'annichilazione di positroni lenti, come prototipo dei processi di annichilazione.
- La cinematica ci permette di determinare come le particelle nello stato finale si ripartiscono l'impulso e l'energia.

Cinematica della ricombinazione atomica

$$T_C = \frac{\frac{1}{2}Q^2 + m_D Q}{Q + m_C + m_D}; T_D = \frac{\frac{1}{2}Q^2 + m_C Q}{Q + m_C + m_D}$$

- Riprendiamo in esame la reazione $e + p \rightarrow H + \gamma$. Supponiamo che e e p siano in quiete (o con impulsi trascurabili) e sappiamo che
- $Q = m_p + m_e - m_H = 13.6 \text{ eV}$
- Per la conservazione dell'impulso H e γ avranno impulsi opposti
- L'espressione generale per la ripartizione dell'energia cinetica dà:
- (C=H, D= γ , denominatore = $m_p + m_e$)
- $E_\gamma = T_\gamma = [\frac{1}{2} Q^2 + m_H Q] / (m_p + m_e) = \frac{1}{2} Q (m_p + m_e + m_H) / (m_p + m_e) \approx Q$.
- $T_H = \frac{1}{2} Q^2 / (m_p + m_e)$
- Si vede dunque che il fotone porta via quasi tutta l'energia disponibile, pari a Q , mentre l'idrogeno ne porta molta di meno, per un fattore

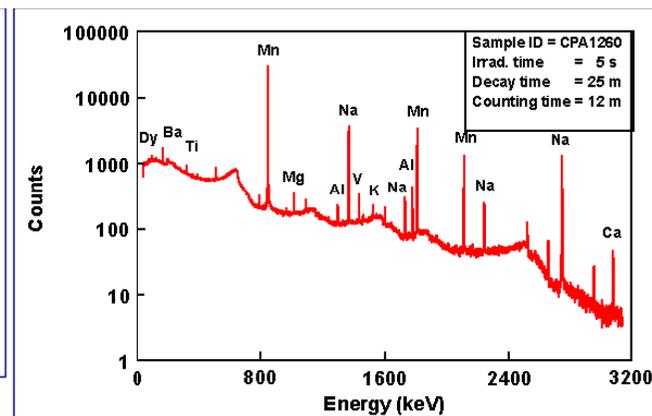
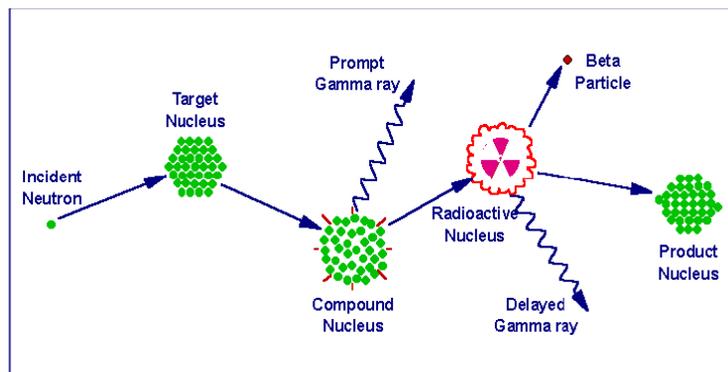
$$T_H / E_\gamma = \frac{1}{2} Q / (m_p + m_e) \approx 10^{-9}$$
- Potevo arrivare a questo risultato osservando che le energie in gioco sono molto basse rispetto alla massa dell'Idrogeno, il cui moto posso dunque considerare come classico e utilizzare l'espressione classica per l'energia cinetica
- In conclusione, il rinculo dell'atomo è estremamente piccolo, e il fotone porta con sé un'energia pari all'energia di legame, a meno di correzioni dell'ordine di qualche parte per miliardo.

Cinematica della cattura neutronica

$$T_C = \frac{\frac{1}{2}Q^2 + m_D Q}{Q + m_C + m_D}; T_D = \frac{\frac{1}{2}Q^2 + m_C Q}{Q + m_C + m_D}$$

- Le stesse considerazioni si applicano alla cattura neutronica
- Riprendiamo in esame la reazione $p + n \rightarrow d + \gamma$. Supponiamo che e e p siano in quiete (o con impulsi trascurabili) e sappiamo che
- $Q = m_p + m_n - m_d = 2.2 \text{ MeV}$
- Per la conservazione dell'impulso d e γ avranno impulsi opposti
- L'espressione generale per la ripartizione dell'energia cinetica dà questa volta:
- (C= d, D= γ , denominatore = $m_p + m_n$)
- $E_\gamma = \frac{1}{2} Q (m_p + m_n + m_d) / (m_p + m_n) \approx Q$
- $T_H = \frac{1}{2} Q^2 / (m_p + m_n)$
- Si vede dunque che il fotone porta via quasi tutta l'energia disponibile, pari a Q , mentre il deuterio ne porta molto di meno, per un fattore
- $\frac{1}{2} Q / (m_p + m_n) \approx 10^{-3}$
- Anche in questo caso, le energie in gioco sono molto basse rispetto alla massa del deutone, il cui moto posso dunque considerare come classico
- In conclusione, il rinculo del nucleo è piccolo, e il fotone porta con sé un'energia pari all'energia di legame, a meno di correzioni dell'ordine di qualche parte per mille.

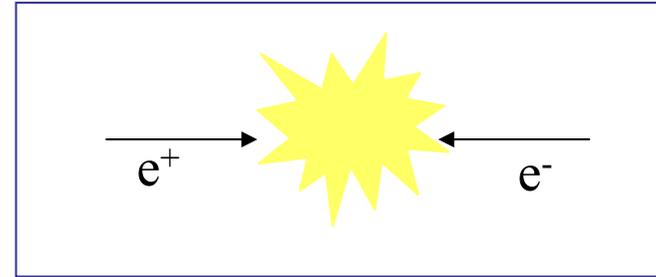
Osservazioni sulla cattura neutronica



- Il neutrone libero decade in $n \rightarrow p + e + \text{anti-}\nu$ con $\tau = 885.7 \pm 0.8$ s. Questo processo può avvenire perché $Q = m_n - m_p - m_e = 0.7 \text{ MeV}$ e' > 0
- Il deutone è stabile, quindi il neutrone all'interno del nucleo è stabile.
- La reazione $d = (p, n) \rightarrow p + p + e + \text{anti-}\nu$ non può avvenire perché violerebbe la conservazione dell'energia, $Q_d = m_d - 2m_p - m_e = -E_b + Q_n = -1.5 \text{ MeV}$.
- È l'energia di legame del nucleo che impedisce il decadimento del neutrone, nel deutone così come negli altri nuclei stabili.
- La cattura di neutroni su nuclei dà delle radiazioni specifiche del nucleo composto che viene prodotto; questo può essere formato in uno stato eccitato dal quale decade con emissione di fotoni verso lo stato di energia più bassa.
- $N + (Z, A) \rightarrow (Z, A+1)^* + \gamma_1$; $(Z, A+1)^* \rightarrow (z, A+1) + \gamma_2$
- Questo è un metodo per studiare sperimentalmente i livelli dei nuclei (neutron spectroscopy)
- Inoltre è un metodo efficiente per l'analisi degli elementi presenti in una sostanza (Neutron activation Analysis, NAA)*

*Vedi http://www.missouri.edu/~glascock/naa_over.htm

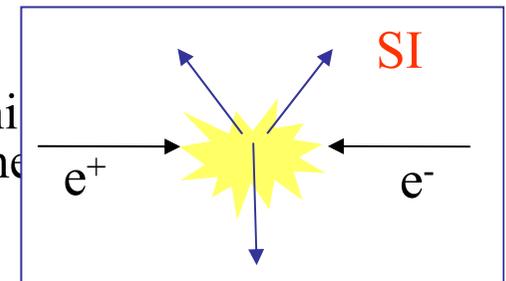
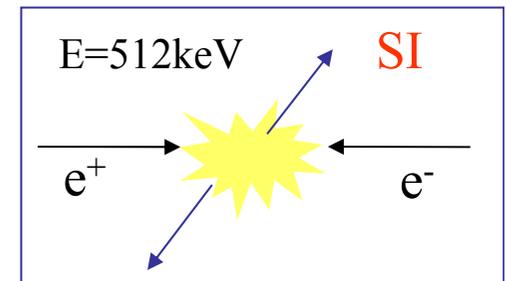
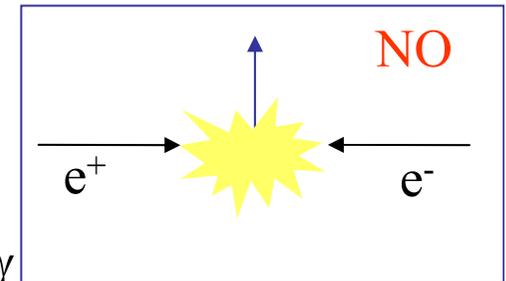
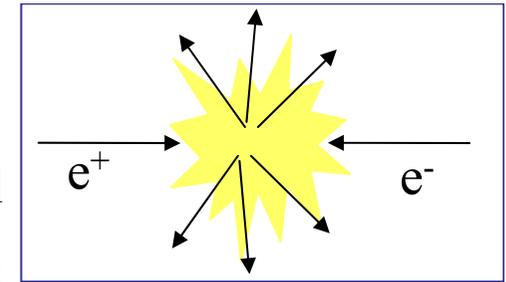
Processi di annichilazione



- Si chiamano processi di annichilazione quei processi in cui una particella si scontra con la propria antiparticella e tutta l'energia disponibile viene trasformata in altre particelle o radiazioni.
- Un sistema di particella + antiparticella ha carica elettrica nulla, e sono nulli anche tutti gli altri numeri quantici additivi conservati. Ciò permette di utilizzare liberamente e completamente l'energia disponibile, le uniche limitazioni essendo quelle imposte dalla cinematica.
- Per prima cosa consideriamo processi esoenergetici, come l'annichilazione di positroni lenti con le sue applicazioni (PET)

Annichilazione di positroni lenti

- Consideriamo la collisione di un elettrone e un positrone entrambi con impulsi trascurabili: $\mathbf{p}_e^+ = -\mathbf{p}_e^- = 0$. Il riferimento del laboratorio e del centro di massa dunque coincidono.
- L'annichilazione produce particelle $e^+ + e^- \rightarrow nX$. Vediamo che si può dire sui prodotti dell'annichilazione sulla base della conservazione di energia e impulso.
- **1) $X = \gamma$ e/o ν .** Poiché l'energia nel centro di massa (o nel laboratorio) è $E^* = 2m_e$ potranno essere prodotte solo particelle con $M < 2m_e$. Rientrano in questa categoria solo i fotoni e i neutrini, dunque $X = \gamma$ e/o ν *
- **2) $n > 1$.** L'annichilazione non può avvenire in una sola particella, γ o ν . Questo perché non sarebbe conservato il quadrimpulso. Infatti per lo stato iniziale ho $s = P_{tot}^2 = 4m_e^2$ mentre per lo stato finale $P_{tot}^2 = M_X^2 \neq 4m_e^2$.
- **3) se $n=2$ il problema è cinematicamente determinato.** I due impulsi sono uguali e opposti $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}$. Per massa nulla delle due particelle nello stato finale $p = E = m_e = 512 \text{ keV}^*$.
- **4) Se $n > 2$ esiste sempre una soluzione,** compatibile con la conservazione dell'energia e dell'impulso, ma il problema non è cinematicamente determinato.
- A energie nel centro di massa $E < 100 \text{ GeV}$ la probabilità di interazione dei neutrini è molto inferiore rispetto a quella dei fotoni dunque osserverò fotoni e non neutrini (questa è una considerazione dinamica, non cinematica)
- *Si osservi che per la conservazione del momento angolare lo stato finale non può essere $\gamma + \nu$



La PET: Positron Emission Tomography

- Vengono iniettati composti (es. glucosio, acqua) contenenti nuclei che decadono con emissione di positroni (es. ^{11}C , ^{15}O)
- Il composto, messo in circolazione, si localizza nell'organo in relazione alle sue proprietà chimiche.
- Se ne può determinare la localizzazione dal decadimento del nucleo instabile, mediante l'annichilazione di $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$ sugli e^- degli atomi circostanti.
- Si rivelano i 2γ da 512 keV in coincidenza e se ne ricostruisce la direzione di provenienza.
- Esaminando successivamente i vari piani, si può ricostruire in 3 dimensioni la distribuzione del composto nell'organo di interesse (tomografia).
- Si può determinare quando e quanto il composto viene utilizzato (=metabolizzato) nell'organismo.
In questo modo si può verificare la funzionalità dell'organo.

Isotope	$t_{1/2}$	End point energy [MeV]	Effective range [mm]
^{11}C	20.3 min	0.97	2.06
^{13}N	10.0 min	1.19	3
^{15}O	124 sec	1.7	4.5
^{18}F	110 min	0.635	1.4
^{82}Rb	75 sec	3.15	138

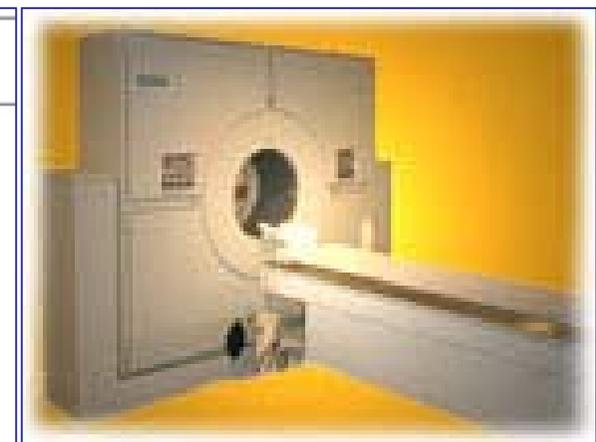
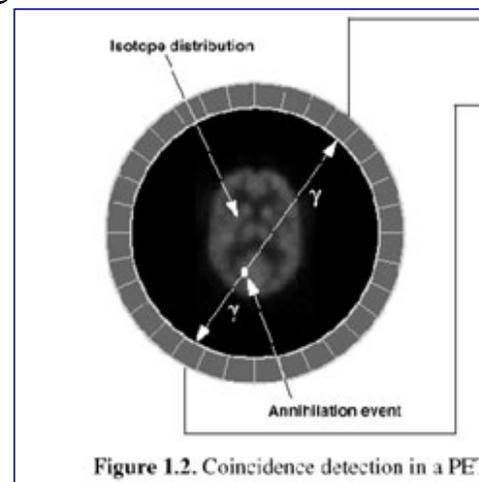
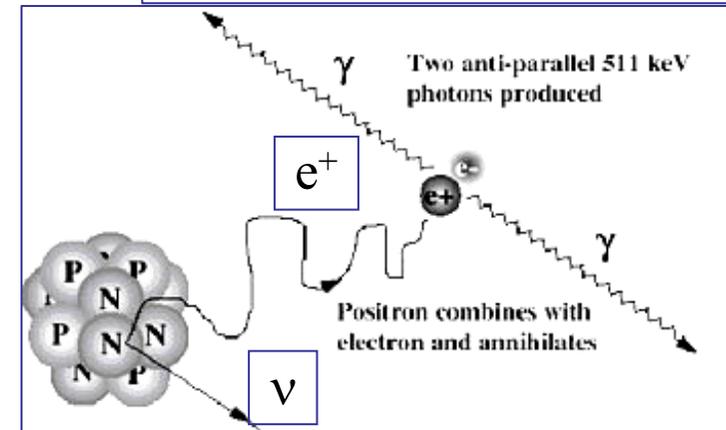
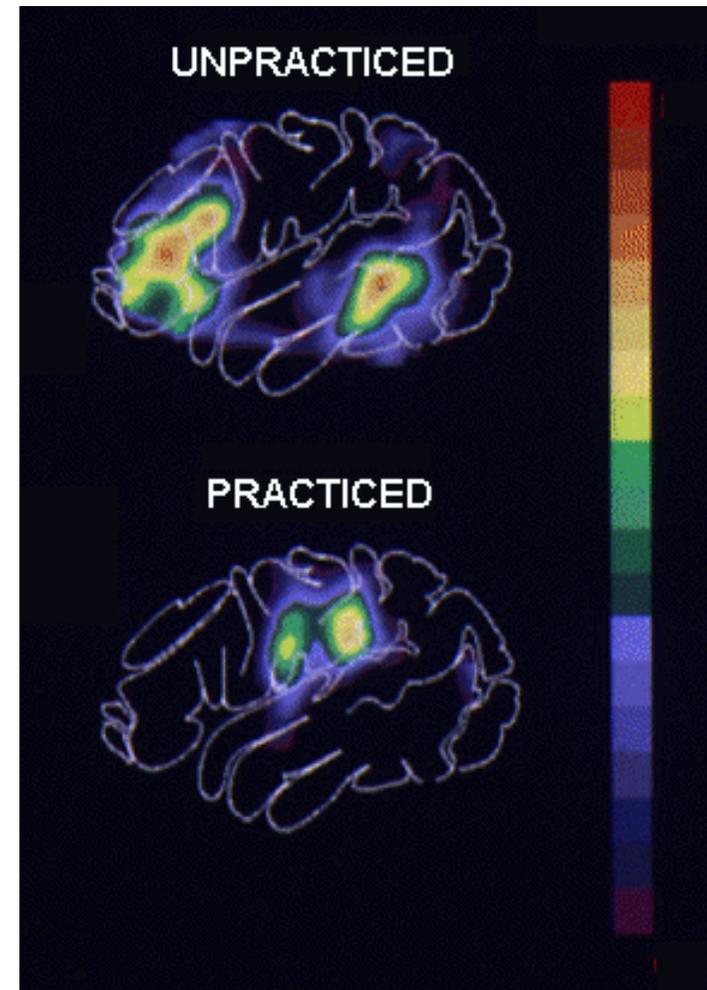


Figure 1.2. Coincidence detection in a PET scanner

What PET can do?

- In the first one (uppermost image), an individual was hearing a text, in order to learn a new language task. The color map shows the regions of the brain which were activated by this task, in other words, where there were cells working more than in their resting state, with a higher metabolism (using more energy and more blood flow).
- In the second condition (lowermost image), the same individual has now learned the language task and is spelling out.
- You can easily see in the color map that two different regions of the brain were activated in each condition. Now the activity is concentrated in the area of the cortex which is responsible for the motor control of voice, the so-called area of Broca, so named because it was discovered by a French physician named Paul Broca, in the turn of the century.
- Thus, the functional map obtained with PET closely corresponds with what we know about the brain's functional neuroanatomy, discovered by other methods.
- The difference here is that we can actually obtain a real-time image of brain function.



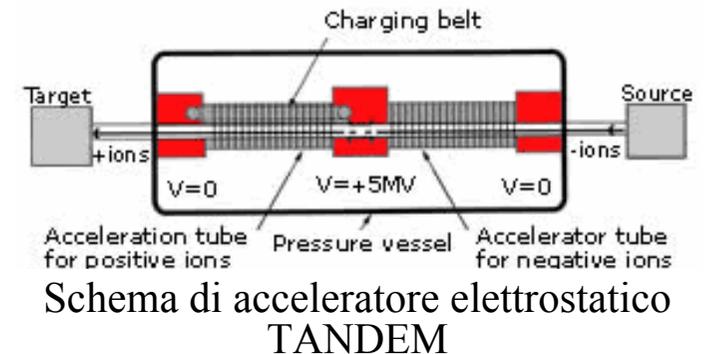
<http://www.epub.org.br/cm/n01/pet/pet.htm>

Reazioni endoenergetiche: acceleratori di nuclei e particelle

- Per studiare reazioni endoenergetiche devo fornire energia alle particelle che collidono.
- Posso accelerare particelle con carica Ze con l'uso di campi e.m., le equazioni base essendo la forza di Lorentz e la definizione dell'impulso:

$$d\mathbf{p} / dt = Ze(\mathbf{E} + (\mathbf{v} / c) \times \mathbf{B}); p = m\gamma\mathbf{v}$$

- Solo il campo elettrico modifica l'energia E , in quanto $dE/dt = (d\mathbf{p}/dt) \cdot \mathbf{v} = Ze\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}$.
- Se la particella si sposta fra due punti con d.d.p. V l'energia acquistata è:
$$E_{\text{fin}} - E_{\text{in}} = Z eV.$$
- Poiché le d.d.p. ottenibili sono al più dell'ordine di MVolt, le energie ottenute sono dell'ordine dei MeV. Questo è il principio e il limite degli acceleratori elettrostatici.
- Energie molto maggiori si ottengono con campi elettrici oscillanti (radiofrequenze), in modo che al passaggio della particella il campo elettrico sia diretto parallelamente alla velocità.
- Si ottengono accelerazioni dell'ordine di MeV/m. In questo modo, un acceleratore lineare con lunghezza di 1Km può accelerare particelle ad energie dell'ordine del GeV.



Acceleratori ad anello

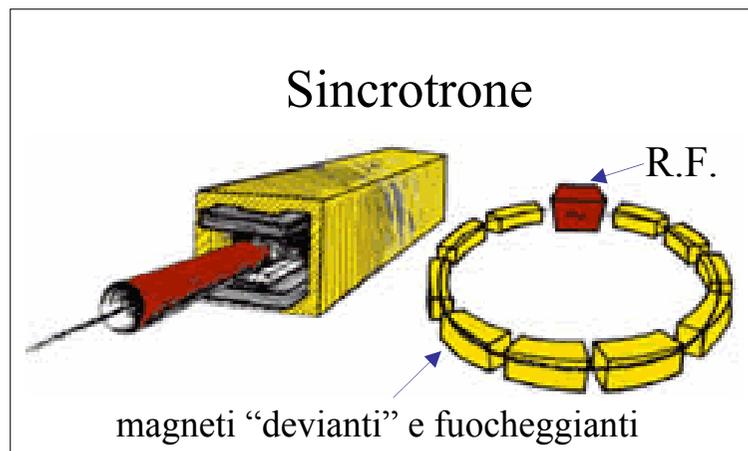
- È conveniente far ripassare il fascio di particelle sulla stessa radiofrequenza, in modo da diminuire il numero di cavità acceleratrici e le dimensioni globali.
- Trascurando il campo elettrico, se un campo B (uniforme) è ortogonale alla velocità v la particella si muove di moto uniforme ($\gamma = \text{costante}$) su un cerchio ($a = v^2/r$) il cui raggio r è determinato dalla forza di Lorentz :

$$m\gamma v^2/r = ZeB v/c \rightarrow r = m\gamma v c / (ZeB) \rightarrow r = pc / ZeB$$

- ossia il raggio è proporzionale all'impulso e inversamente proporzionale all'intensità del campo magnetico. Per $Z=1$, ho :

$$r(\text{m}) = 3 \text{ pc}(\text{GeV}) / B(\text{Tesla})$$

- I campi di saturazione di magneti permanenti sono dell'ordine di $1000 \text{ Gauss} = 0.1 \text{ Tesla}$. Con magneti superconduttori si realizzano campi dell'ordine di qualche Tesla.
- Con $B=1 \text{ Tesla}$, per accelerare una particella a $pc=1000 \text{ GeV} = 1 \text{ TeV}$ è necessario $r=3 \text{ km}$, ossia un tunnel la cui circonferenza è dell'ordine di 20 km

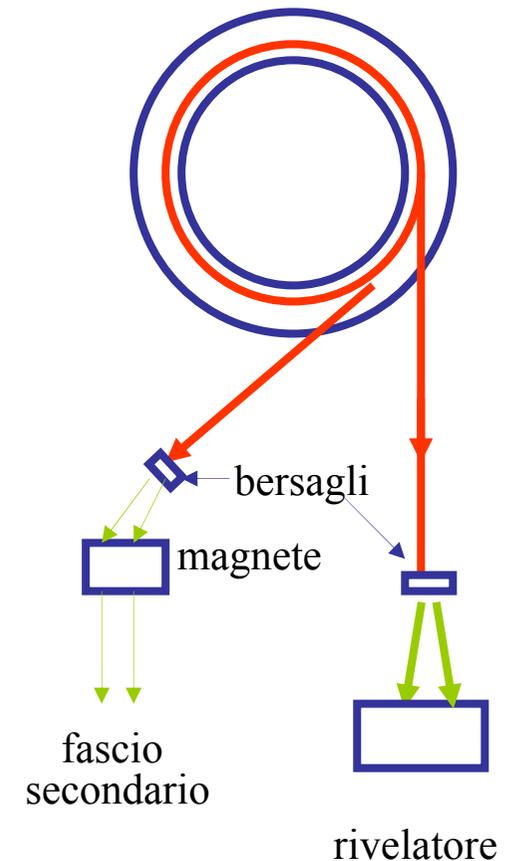


Inside the 6.9 km long tunnel of the CERN 450 GeV SPS.

Yellow magnets focus, and the red magnets bend the particles.

Fasci estratti e fasci secondari

- Negli esperimenti detti a bersaglio fisso, il fascio accelerato (e, p, ioni) viene estratto e inviato su un bersaglio, dove si osservano le collisioni del fascio primario.
- I prodotti carichi delle collisioni (ad esempio pioni, nuclei radioattivi), possono essere focalizzati a riformare un fascio, detto fascio secondario, utilizzabile per studiare altri processi di collisione.
- A loro volta, da questi fasci si possono ottenere fasci di particelle neutre, come i neutrini: i pioni prodotti nell'interazione primaria vengono focalizzati e immessi in un tunnel di decadimento dove $\pi \rightarrow \mu + \nu$. Se i pioni hanno energie relativistiche, la maggior parte dei neutrini sono emessi in avanti, in un cono di apertura $\theta \approx m_\pi / E_\pi$. Mentre i muoni sono assorbiti nella roccia al termine del tunnel, i neutrini possono attraversarla liberamente.
- Per questa strada, a partire dagli anni 70 si sono ottenuti fasci di neutrini, il cui principale risultato è stato la scoperta di un nuovo tipo di interazione fondamentale, l'interazione debole di corrente neutra.



Applicazioni degli acceleratori

- Particle accelerators are not only unique as tools for the exploration of the subatomic world, but are also used in many different applications such as material analysis and modification and spectrometry especially in environmental science.
- About half of the world's 15,000 accelerators are used as ion implanters, for surface modification and for sterilization and polymerization.
- The ionization arising when charged particles are stopped in matter is often utilized for example in radiation surgery and therapy of cancer. At hospitals about 5,000 electron accelerators are used for this purpose. Accelerators also produce radioactive elements that are used as tracers in medicine, biology and material science.
- Of increasing importance in material science are ion and electron accelerators that produce abundant numbers of neutrons and photons over a wide range of energies. Well-defined beams of photons are for example increasingly used for lithography in order to fabricate the very small structures required in electronics.

- World wide inventory of accelerators, in total 15,000.

Category	Number
Ion implanters and surface modifications	7,000
Accelerators in industry	1,500
Accelerators in non-nuclear research	1,000
Radiotherapy	5,000
Medical isotopes production	200
Hadron therapy	20
Synchrotron radiation sources	70
Nuclear and particle physics research	110

- See:<http://www.nobel.se/physics/articles/kullander>
- A chapter on the applications of accelerators on the website is accessible at <http://www.oup.co.uk/pdf/0-19-850829-8.pdf>.

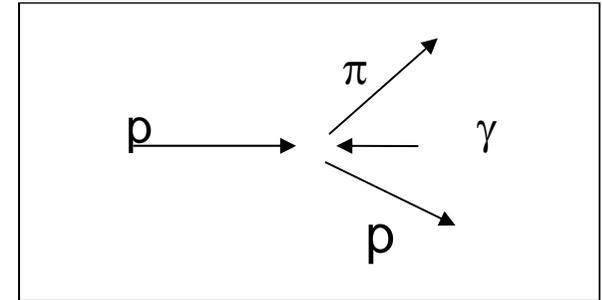
Cinematica della fotoproduzione di pioni

$$E^{*2} = 2E_A m_B + m_A^2 + m_B^2$$

A=proiettile, B=bersaglio
E*=en. nel c.m

- Se un fotone urta contro i nuclei di un materiale, nella collisione possono essere prodotte tutte le particelle compatibili con la legge di conservazione dell'energia e dell'impulso e con le altre leggi di conservazione (es: carica elettrica, numero barionico).
- Determiniamo l'energia minima E_γ di un fotone che urta con un nucleo di idrogeno a riposo nel laboratorio ($E_p = m_p$) perché possa avvenire la reazione:
$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0.$$
- Il π^0 è una particella composta da q-antiq con carica nulla, spin nullo e $m_\pi = 135 \text{ MeV}$ (un membro di un tripletto ($\pi^+ \pi^- \pi^0$))
- Nel centro di massa l'energia disponibile deve essere almeno $E_0 = m_p + m_\pi$, ne segue che $E_\gamma > E_\gamma^0$ dato da:
$$E_\gamma^0 = [(m_p + m_\pi)^2 - m_p^2] / 2m_p = m_\pi + m_\pi^2 / 2m_p = 135 + 9.7 \text{ MeV}$$
- Attenzione: non basta $E_\gamma^0 = m_\pi$, perché altrimenti non potrei conservare l'impulso.

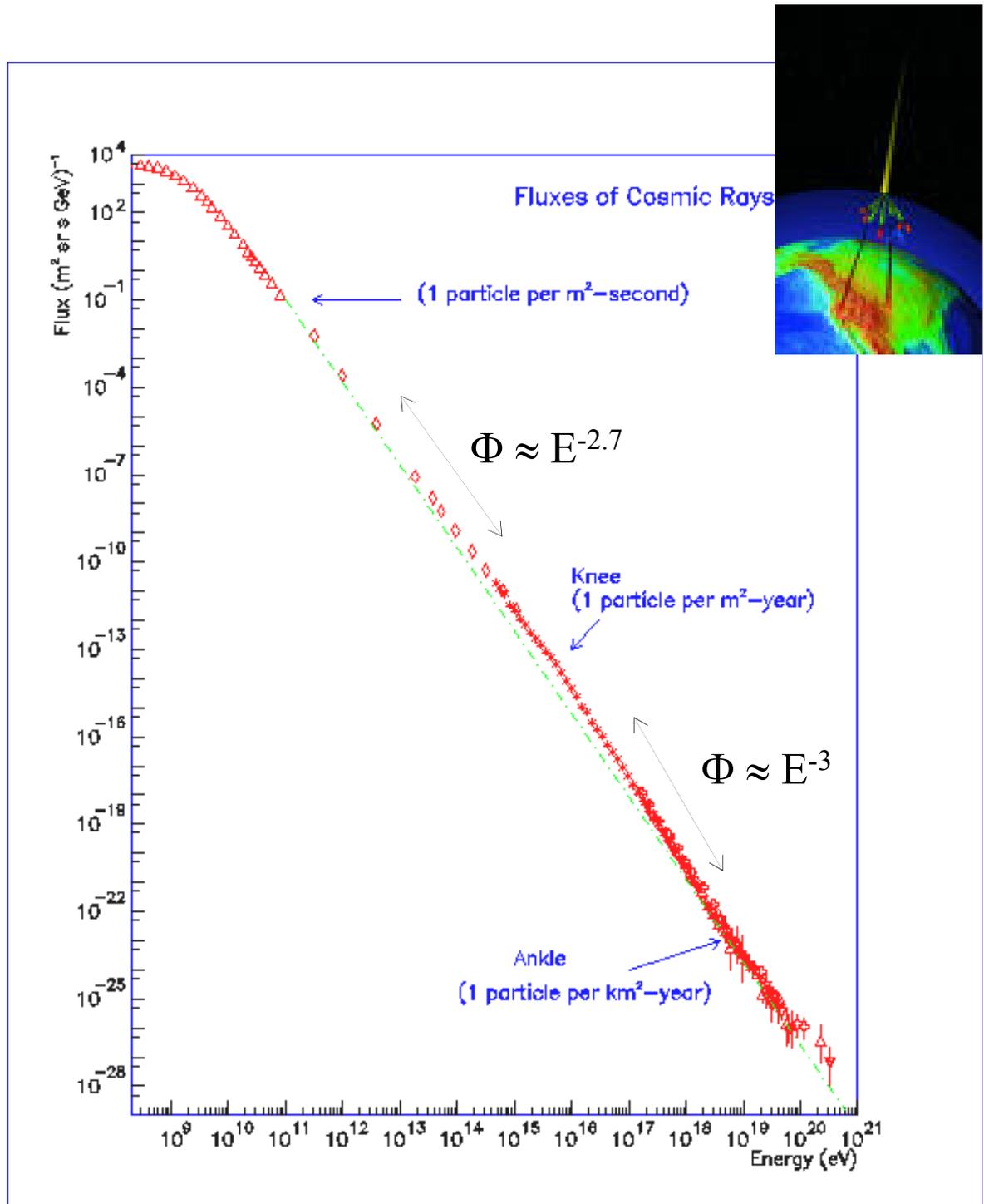
Cinematica della fotoproduzione di pioni (2)



- Consideriamo adesso un **protone** di alta energia, che urta contro i fotoni di un ambiente a temperatura T . Ci chiediamo quale deve essere l'energia del protone per realizzare fotoproduzione di pioni : $\gamma + p \rightarrow p + \pi^0$.
- L'energia nel centro di massa dovrà essere ancora almeno:
 - (1)
$$E^* = m_p + m_\pi$$
- Supponiamo che l'urto sia centrale e che il fotone abbia energia $E_\gamma = kT$
- L'energia nel centro di massa, espressa in termini delle variabili del laboratorio è ancora data da $E^{*2} = P_{\text{tot}} P_{\text{tot}}$, dove $E_{\text{tot}} = E_\gamma + E_p$, $p_{\text{tot}} = p_p - E_\gamma$, ne segue
- (2)
$$E^{*2} = m_p^2 + 2E_\gamma (E_p + p_p),$$
- Da (1) e (2) ricavo:
- $$E_p + p_p = m_\pi m_p (1 + \frac{1}{2} m_\pi / m_p) / E_\gamma$$
- Osservo che il secondo termine fra parentesi è piccolo rispetto al primo e che se $E_\gamma \ll m_p$ il protone deve essere ultrarelativistico ($E_p \cong p_p$), da cui
- $$E_p \cong m_\pi m_p / (2E_\gamma)$$
- Se considero il fondo cosmico, $T = 3^0\text{K}$ e $E_\gamma = kT = 2.5 \cdot 10^{-4}\text{eV}$; sono dunque necessari almeno $E_p \approx 10^{20}\text{eV}$ per produrre un pione, con massa dell'ordine di 10^8eV !

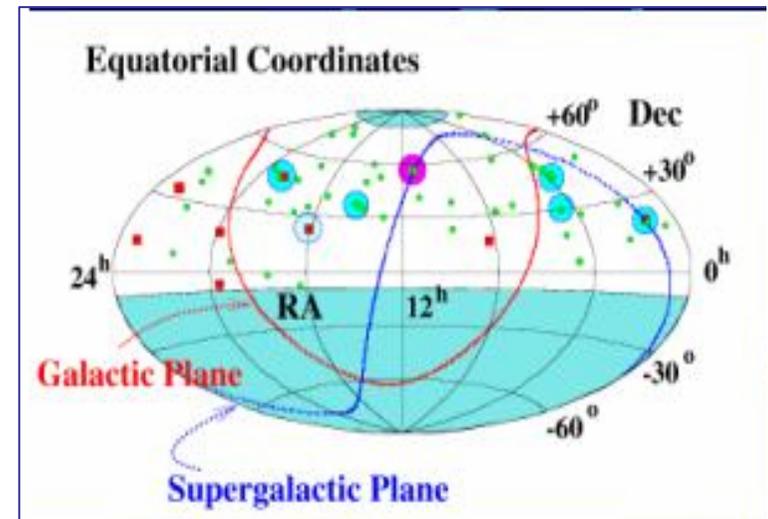
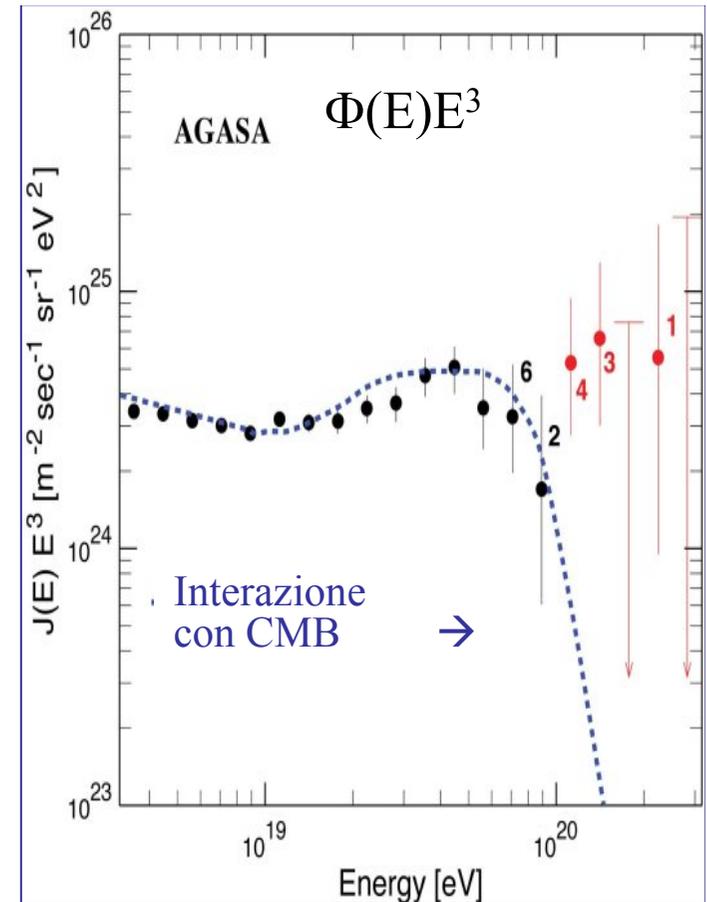
Raggi cosmici di altissima energia

- Si osservano raggi cosmici (protoni e/o nuclei) fino ad energie estremamente elevate,
 $E \approx 10^{20-21} \text{eV}$.
- Sono energie molto più alte di quelle disponibili negli acceleratori, che arrivano a
 $E \approx \text{TeV} = 10^{12} \text{eV}$
- I raggi cosmici di energia molto elevata permettono dunque lo studio di collisioni altrimenti non riproducibili in laboratorio.
- Poiché i flussi sono bassi, sono necessari rivelatori estesi, che osservino gli urti contro i nuclei nell'atmosfera.



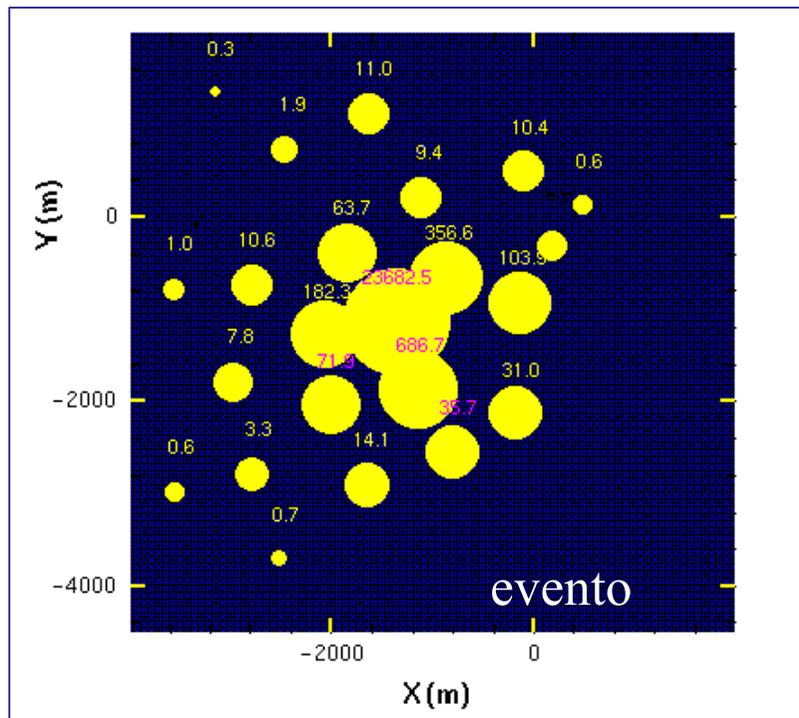
Il mistero dei UHE cosmic rays

- Si definiscono Ultra High Energy (UHE) i raggi cosmici con $E > 10^{20} \text{ eV}$
- Se originati in altre galassie, i cosmici con $E > 10^{20} \text{ eV}$ dovrebbero essere stati frenati dalla radiazione di fondo per reazioni di fotoproduzione di pioni.
- Il flusso osservato dovrebbe dunque calare bruscamente a tale energia (GZK cutoff).
- In realtà **i dati non sembrano mostrare questo comportamento:**
- a) la curva $\Phi(E)E^3$ pare rimanere costante
- b) I pochi eventi a questa energia hanno distribuzione uniforme nel cielo, e quindi non sono associati con la nostra galassia.
- Questo è il mistero dei raggi cosmici di “Ultra high energy” (UHE) che per adesso non ha spiegazioni:
- i) fluttuazioni statistiche?
- ii) errori nella determinazione dell' energia?
- iii) oppure è violato qualcuno dei “principi sacri”?

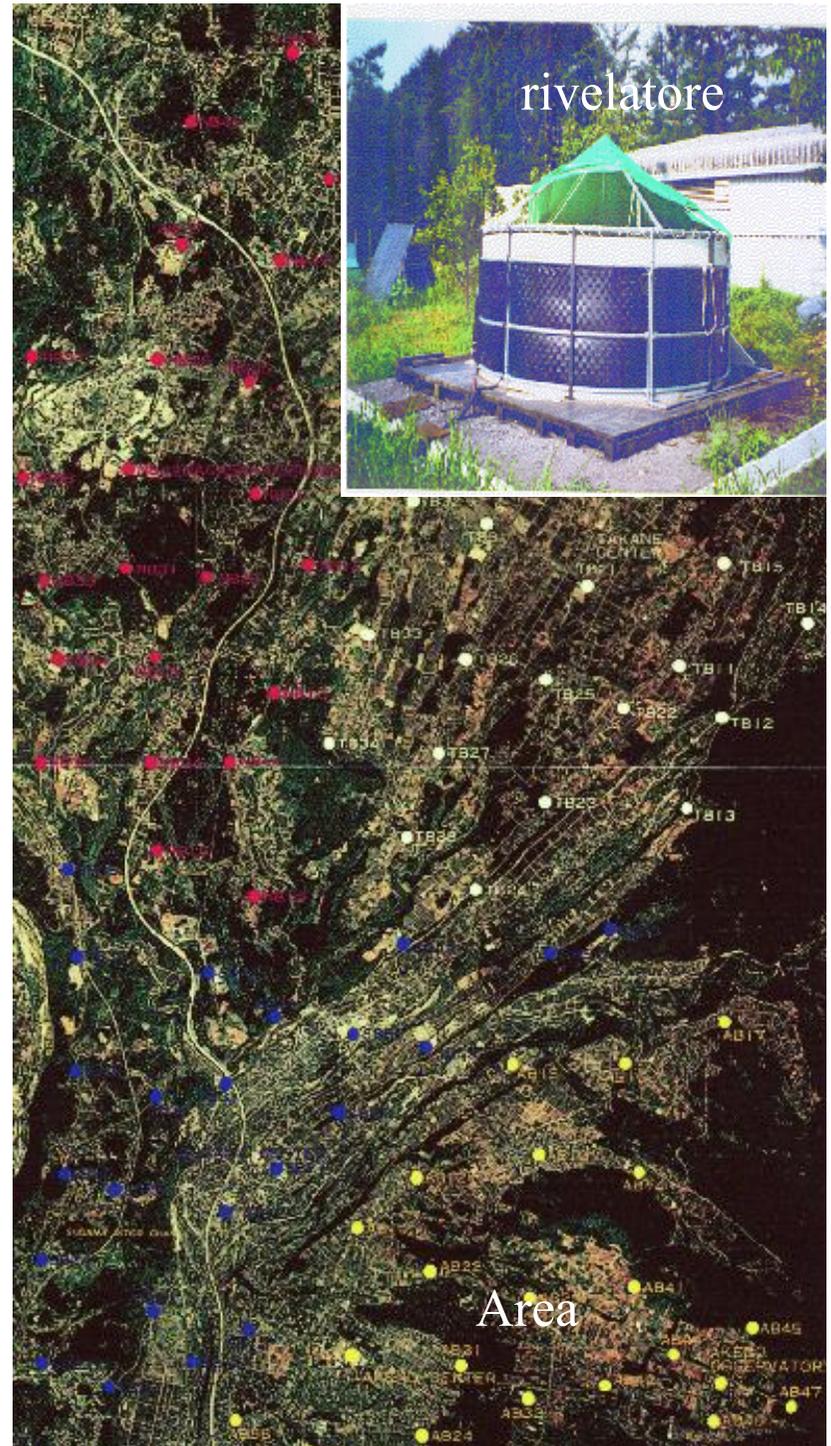


AGASA*

- I risultati su UHE vengono da vari rivelatori, il piu' importante dei quali e' AGASA= Akeno Giant Air Shower Array, consistente in un centinaio di rivelatori installati in una zona residenziale del Giappone, per una superficie di circa 100 km².

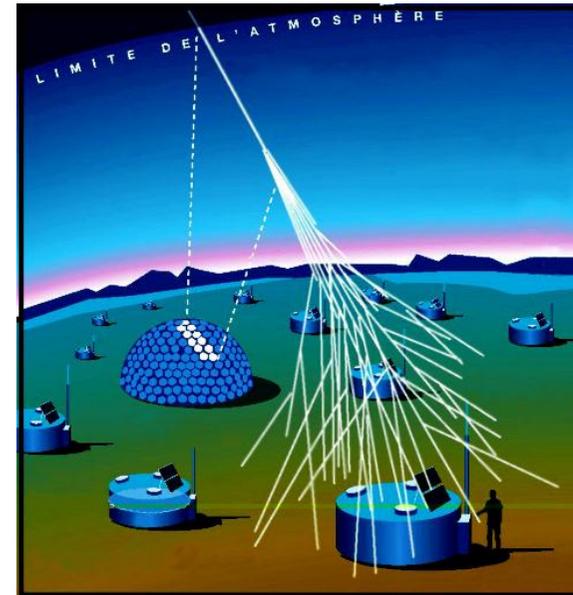


<http://www-akeno.icrr.u-tokyo.ac.jp/AGASA/>



L' osservatorio Pierre AUGER

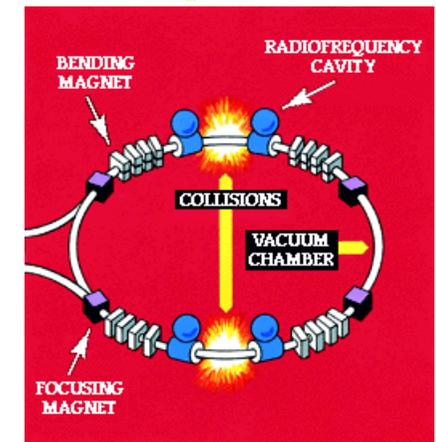
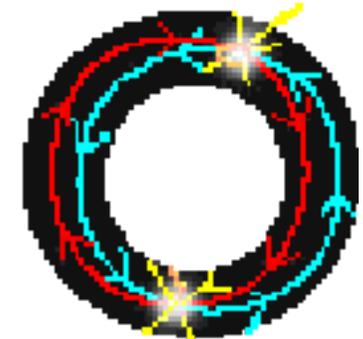
- E' in fase di costruzione un osservatorio nella "pampas" argentina, per coprire un'estensione di 3000km².
- "In the first part of the detection system, 1600 particle detector stations will form a giant regular array, or grid, covering about 3000 square kilometers, an area about ten times the size of Paris.
- The detector stations will be about 1.5 km apart, each one an 11,000-liter (3000-gallon) tank filled with 12 tons of pure water. Each station will be self-contained and will operate on solar power. Instruments in each station will measure the number of particles passing through.
- Shower particles from a high-energy cosmic ray will reach several stations at the same time.



- When particles strike a station, a small computer will confer by radio with computers in a central data center to decide whether the particles are part of a large shower. If so, information about the shower will be transmitted to the data center. Computers at the data center will combine the measurements of the number of particles and their time of arrival at each station to determine the direction and energy of the original cosmic ray that set off the shower”” .
- **The detector will measure about 30 cosmic ray events a year with energies above 10²⁰ eV, along with large numbers of lower-energy ones.**
- <http://www.auger.org//>

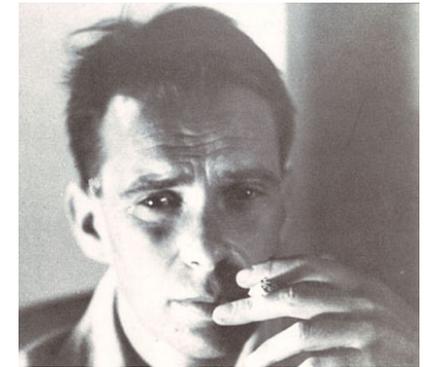
L'idea dei collisionatori

- Nella PET si utilizzano positroni con energie $E \approx \text{MeV}$ provenienti dai decadimenti nucleari. Se si vuole energia nel c.m per scoprire e studiare nuove particelle, occorre accelerare e^- e/o e^+ .
- La figura di merito è $E^* = \sqrt{s}$. Se accelero una delle due fino ad E_L e l'altra è ferma ho:
(1) $s = 2m_e E_L + 2m_e^2$
- Se le accelero entrambi ad E_L le faccio scontrare frontalmente ho: (2) $s = 4 E_L^2$.
- Nell'ultima espressione s cresce quadraticamente con E_L e dunque per uno stesso E_L posso ottenere energie molto maggiori
- Questo è il guadagno degli anelli di accumulazione $e^+ e^-$ e in generale dei collisionatori, rispetto agli esperimenti con bersaglio fisso.
- L'idea fu concepita da Thouschek e realizzata per la prima volta a Frascati (ADA), dove venne successivamente realizzato un anello (e^+e^-) ADONE con $E^* = 2 E_L = 3 \text{ GeV}$
- Per ottenere questo valore di s in un esperimento a targhetta fissa avrei dovuto avere $E_L = 3 \cdot 10^3 \text{ GeV}$



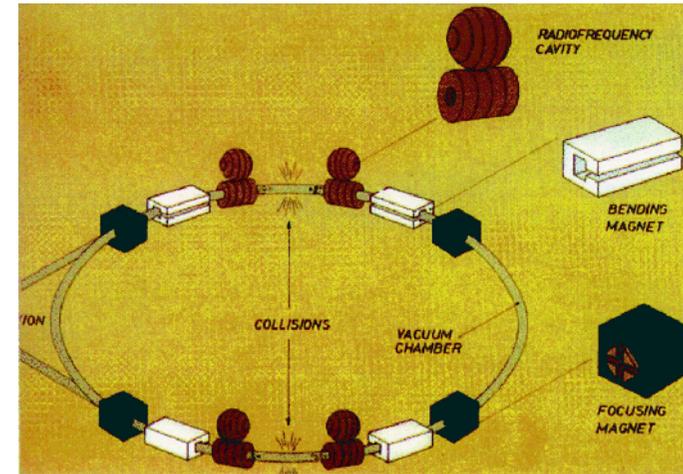
L'eredita' di Bruno Touschek

- Bruno Touschek had a brilliant mind and an amusing personality. He was born in Vienna on February 3, 1921, son of Franz Xaver and Camilla Weltman. He attended school in his hometown but in 1937, not having been allowed to finish high school since his mother was Jewish, he had to leave his school and pass the final year exam in another one as an external student. He began to attend University courses in physics and mathematics in Vienna, but again he had to quit because of racial reasons. Thanks to some friends, Touschek could keep on studying in Hamburg, where nobody knew about his origins.. In 1943 he was invited by Rolf Wideroë to cooperate with him in building a betatron.
- When Touschek was arrested by Gestapo in 1945, Wideroë went to see him in prison and during these visits they kept on talking about the betatron and, still in prison, he conceived the idea and developed the theory of "radiation damping" for electrons circulating in a betatron. After having been arrested by Gestapo and having escaped by chance the concentration camp, in 1946 he graduated at the University of Göttingen
- On March 7, 1960 Touschek held a seminar at the Laboratori Nazionali di Frascati, demonstrating for the first time the importance of a systematic study of electron-positron collisions ($e^+ e^-$) and how this could be achieved by constructing a single magnetic ring in which bunches of electrons and positrons circulate at the same energy E , but in opposite directions. After this, along with Carlo Bernardini, Gianfranco Corazza and Giorgio Ghigo, he began to work on a project for the first $e^+ e^-$ storage ring, essentially designed as a prototype for checking the feasibility of accelerators based on the ideas set forth during the seminar. This first machine for the study of collision between a particle and an antiparticle is known as AdA (Anello di Accumulazione $e^+ e^-$). It wasn't a coincidence that this was the name of his dear aunt Ada, who had been very close to Touschek when he first settled in Rome. He would visit her quite often in her villa in Albano, and she would give him a number of advice and attentions, which he didn't always seem to appreciate.
- Along with his scientific genius "Bruno possessed an unusual skill in caricaturing his surroundings and local customs, which he would draw with a pen on the first piece of paper which came to hand, during the degree examination of Faculty sessions, or during the various meetings of the commissions or working groups dealing with the activities of the Institute or of the Laboratori Nazionali di Frascati" (E. Amaldi).



Collisionatori di elettroni

- Un parametro importante è l'energia nel centro di massa, $\sqrt{s} = 2E_i$ *
- Al CERN il LEP, il più potente collider di e^+e^- , ha raggiunto $\sqrt{s} = 200$ GeV.
- La scoperta più importante delle macchine e^+e^- è stata il leptone τ , a SPEAR nel 1975.
- LEP ha studiato in dettaglio le proprietà dei mediatori delle interazioni deboli W^\pm e Z_0
- LEP ha una circonferenza di 27 km, 4 ordini di grandezza rispetto ad ADA
- Il limite in energia è dovuto alla perdite per irraggiamento, che sono proporzionali a $\gamma^4 = (E/m)^4$.
- Se ci sarà un prossimo collisionatore di leptoni sarà probabilmente una macchina $\mu^+\mu^-$, in cui - a parità di energia - le perdite per radiazione di sincrotrone sono ridotte per il fattore $(m_\mu/m_e)^4$.



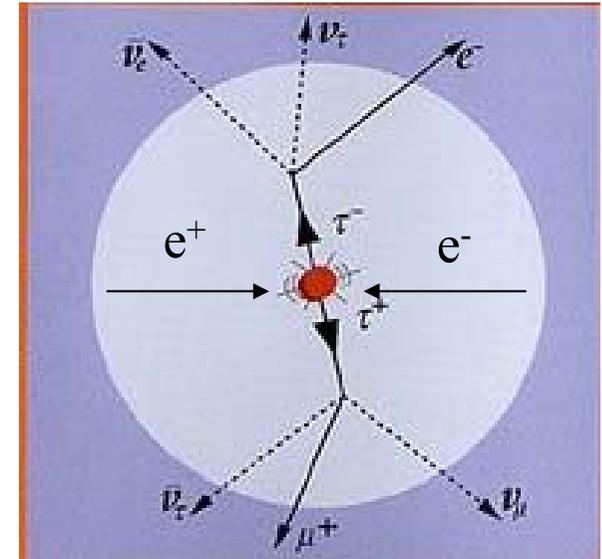
- * Un altro parametro importante è la luminosità, che tiene conto dell'intensità dei fasci e della superficie su cui si sovrappongono

La scoperta del leptone tau

- In un “collider” (collisionatore) elettroni e positroni che viaggiano in direzioni opposte sono accumulati, accelerati e fatti scontrare frontalmente. Se E è l'energia di ciascuna particella, l'energia nel c.m. è $\sqrt{s} = 2E$.
- Nell'annichilazione $e^+ + e^- \rightarrow X^+ + X^-$ posso produrre particelle con massa $M_X < E$.
- Maggiore è l'energia del fascio e maggiori sono le possibilità di scoprire nuove particelle.
- Per questa strada nel 1975 a SPEAR venne scoperto il leptone τ , mediante la reazione



- Ciascun τ ha processi di decadimento e sono i prodotti carichi del decadimento (μ ed e) che vengono rilevati.
- La massa dei τ^\pm è $m_\tau = (1777.0 \pm 0.3) \text{ MeV}$
- La vita media è $(2.91 \pm 0.01) 10^{-13} \text{ s}$, ossia $ct = 87.1 \mu\text{m}$.
- I τ hanno molti modi (=canali) di decadimento, la probabilità che decada in $\mu + \nu_\mu$ essendo solo il 17%.



- Il tau è il leptone* carico più pesante che conosciamo.
 - Ricerche a collisionatori con maggiore energia (al LEP fino a $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$) hanno mostrato che non esistono leptoni carichi più pesanti del tau.
 - Per quel che sappiamo sono solo 3 le famiglie di leptoni (e , μ , τ e i loro rispettivi neutrini)
- *Si chiamano leptoni le particelle che hanno interazioni gravitazionali, ed elettro-deboli, ma non forti)

La produzione di Z_0 al LEP di Ginevra

- Per adesso abbiamo discusso la produzione di coppie $e^+ + e^- \rightarrow X^+ + X^-$, che è possibile solo se $E^* = \sqrt{s} \geq 2m_X$.
- Mi chiedo quando posso produrre una singola particella:

$$e^+ + e^- \rightarrow X:$$

- i) Per la conservazione della carica elettrica X dovrà essere neutra *

$$X = X^0$$

- ii) Per la conservazione dell' energia-impulso, dovrà essere:

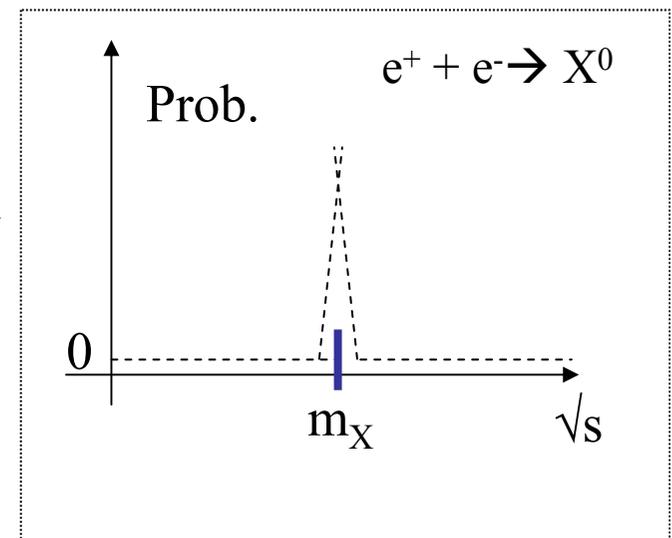
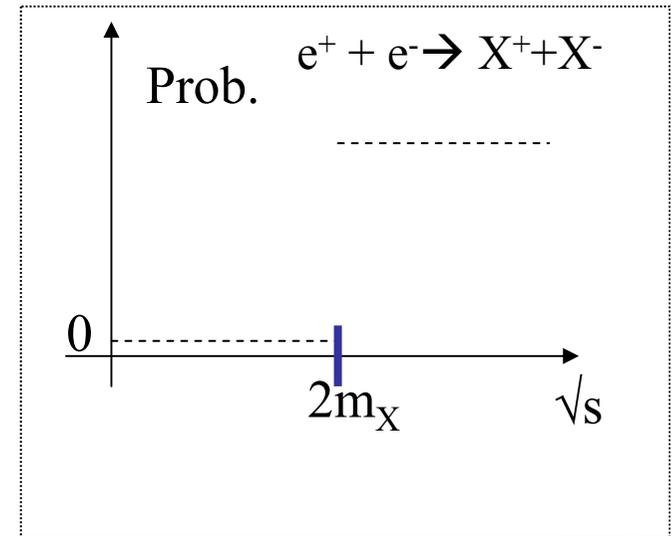
$$\sqrt{s} = m_X$$

- Quindi esiste un ben determinato valore** dell'energia dei fasci alla quale potrò produrre X.
- Osservo inoltre che X sarà una particella instabile, perché può decadere in

$$X \rightarrow e^+ + e^-$$

(così come in tutte le coppie $X^+ - (\text{anti})X^-$ con $m_Y \leq 1/2 m_X$)

- In questo modo al LEP sono state studiate in dettaglio le proprietà della particella Z^0 , il mediatore delle interazioni deboli di corrente neutra, già scoperto nel 1983 da Carlo Rubbia, la cui massa è $m_Z = 91.2 \text{ GeV}$.



- *dovranno in genere essere conservate tutte le “cariche”: numero leptonico, barionico....
- **vedi dopo quanto deve essere “ben” determinato

La relazione energia-tempo

- Formalmente simile a $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, si può stabilire una relazione fra l'energia e il tempo

$$(1) \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

il cui significato è profondamente diverso, in quanto in M.Q. l'energia è un osservabile (un operatore hermitiano) mentre il tempo è un parametro.

- La (1) dice che una misura di energia effettuata in un tempo finito Δt è affetta da un errore che è almeno $\Delta E = \hbar/(2 \Delta t)$
- La (1) è figlia dell'equazione classica delle onde e della relazione quantistica $E = \hbar \omega$. Per giustificarla, consideriamo una sorgente di onde sinusoidali con frequenza ω_0 , smorzata esponenzialmente: $A(t) = \exp(i\omega_0 t - \gamma t)$.
- Se l'intensità dell'onda (prop. a $|A|^2$) decresce con fattore di decadimento τ ho $2\gamma = 1/\tau$. Dall'analisi di Fourier si trova che il pacchetto emesso contiene frequenze ω con ampiezza: $a(\omega) = \text{const}/(\omega - \omega_0 - i\gamma)$.
- Quindi non c'è solo la frequenza ω_0 , ma tutto un pacchetto di frequenze, con intensità spettrale:

$$|a(\omega)|^2 = \text{const}' / |\omega - \omega_0 - i\gamma|^2 = \text{const}' / [(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2]$$

- Se adesso uso $E = \hbar \omega$, ho una relazione per le componenti spettrali dell'energia

$$|a(E)|^2 = \text{const}'' / [(E - E_0)^2 + \Gamma^2/4]$$

dove ho definito larghezza naturale del sistema come $\Gamma = \hbar / \tau$.

- Il sistema emette quanti di radiazione in un **intorno** di E_0 di ampiezza $\Delta E = \Gamma = \hbar / \tau$.
- Possiamo ritornare alla (1) notando che un sistema instabile può essere osservato per tempi Δt dell'ordine della sua vita media, $\Delta t \approx \tau$, e quindi stabilire una relazione fra l'indeterminazione in energia $\Delta E = \hbar / \tau$ e il tempo di misura Δt : $\Delta E \approx \hbar / \Delta t$.

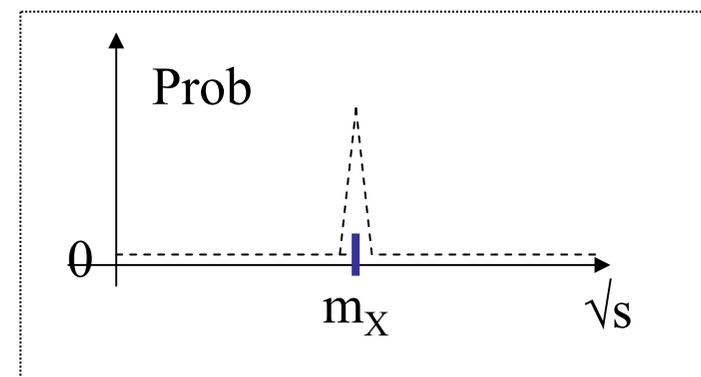
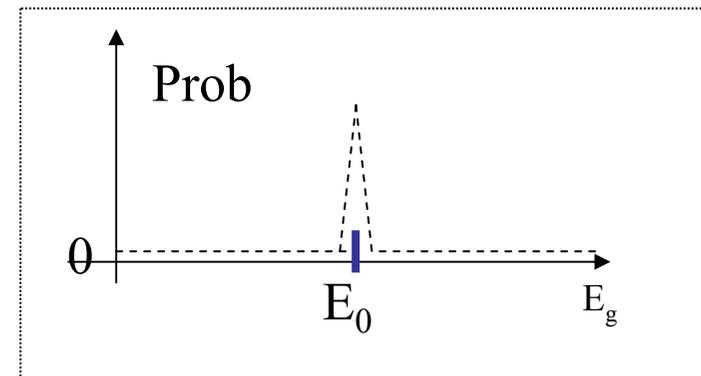
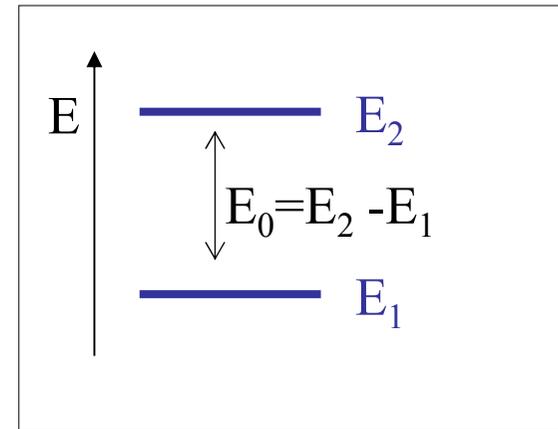
La larghezza naturale di un atomo e quella dello Z_0

- Un sistema instabile, come un atomo in uno stato eccitato, o una particella che può decadere come ad esempio la Z_0 , è osservabile per tempi dell'ordine della sua vita media, τ .
- La sua energia (o la sua massa) è definita entro una quantità dell'ordine di $\Gamma = \hbar / \tau$
- Atomi eccitati che decadono $2 \rightarrow 1$ emettono fotoni con energie in un intervallo Γ centrato intorno a $E_0 = E_2 - E_1$.
- Per eccitare un atomo $1 \rightarrow 2$ è sufficiente un'energia in un intorno Γ di E_0 .
- Ad esempio, la larghezza naturale del livello $2p$ dell'atomo d'idrogeno è:

$$\Gamma(H_{2p}) = \dots \text{eV}$$

- Anche per produrre lo Z_0 , basta che l'energia dei due fasci sia vicina alla massa, entro la sua larghezza:

$$\Gamma(Z_0) = 2.5 \text{ GeV}$$

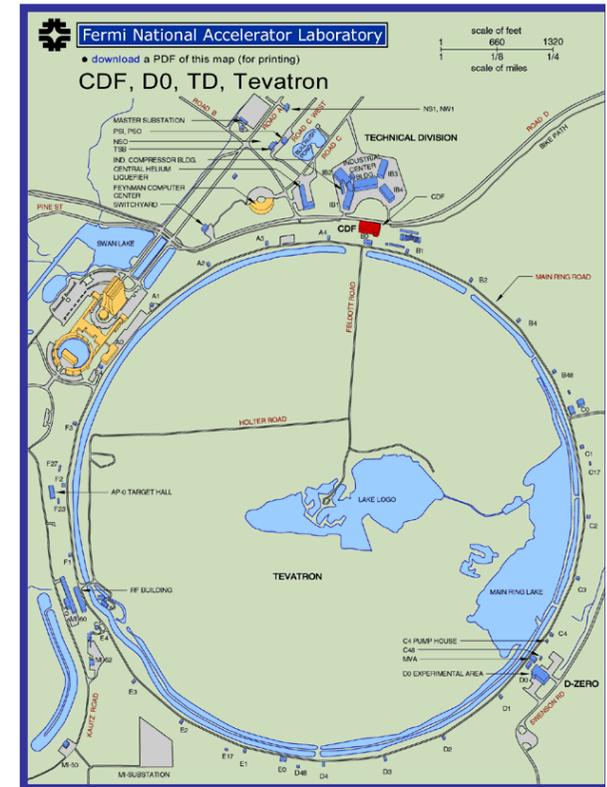
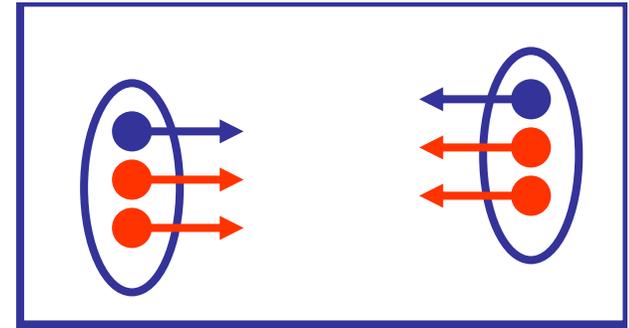


*Per convertire Γ e τ è utile ricordare:
 $\hbar = 6.6 \cdot 10^{-16} \text{ eVs}$

Collisionatori adronici

- Non esistono quark e antiquark liberi. Se si vuole studiare una collisione q (anti) q occorre accelerare e far scontrare particelle che contengono quark e antiquark, cioè protoni ed antiprotoni.
- Il più potente collider adronico p (anti) p e' il Tevatron, al Fermi National Laboratory di Chicago, che ha raggiunto un'energia nel c.m. di $\sqrt{s}=2\text{TeV}$
- La scoperta più importante dei collider adronici è stato il quark top ($m=180\text{GeV}$), osservato mediante la produzione di coppie $t^+ t^-$.
- Coi protoni, si possono raggiungere energie molto più alte che per gli elettroni in quanto la perdita per radiazione di sincrotrone è inferiore per un fattore $(m_e/m_p)^4$.
- Tuttavia, solo una frazione di questa energia è disponibile per l'annichilazione.
- Contribuisce all'annichilazione q (anti) q l'energia portata da ciascuna di queste particelle. Molto rozzamente, poiché ci sono tre q all'interno di un protone sarà $E_q \approx 1/3 E_p$, e dunque le energie per l'annichilazione sono

$$E(qq) \approx 1/3 E(pp) = 1/3 \sqrt{s}.$$



Il Large Hadron Collider

- È in fase di realizzazione al CERN di Ginevra un collisionatore di protoni con $\sqrt{s} = 14\text{TeV}$, situato nello stesso tunnel che ospitava il LEP.
- Lo scopo per cui è progettato è la ricerca del cosiddetto bosone di Higgs, un anello mancante nel modello standard delle interazioni elettrodeboli, probabilmente la sorgente delle masse di tutte le particelle*.
- Se esistono, LHC dovrebbe anche scoprire le particelle supersimmetriche, probabili candidate per la materia oscura.
- Un altro obiettivo di LHC è l'estrazione di un fascio di neutrini, inviati verso il Gran Sasso per studiare il fenomeno delle oscillazioni di neutrino che avviene nel viaggio**.
- **vedi <http://proj-cngs.web.cern.ch/proj-cngs/>



- * Visto a posteriori, le scoperte effettuate con grandi telescopi sono state diverse da quelle aspettate e che erano state prospettate come giustificazione per la costruzione. La stessa regola è generalmente valsa per gli acceleratori di particelle. Come un nuovo telescopio apre una nuova finestra nello spazio, così un nuovo acceleratore apre nuove dimensioni, nell'energia

Esercizi

- Si consideri lo scattering Compton di raggi X con energia di 300 KeV . Se i raggi X sono diffusi a un angolo di 37° determinare: a) lo spostamento Compton a tale angolo, l'energia della radiazione diffusa c)l'energia cinetica con cui rincula l'elettrone.
- Calcolare l'energia cinetica massima che può acquistare un elettrone investito da un neutrino con energia di 1 MeV
- Dimostrare che un elettrone con impulso p ortogonale a un campo magnetico B descrive un'orbita circolare di raggio $r(m) = 3 pc(GeV)/B(Tesla)$ con frequenza angolare $\omega = eBc/E$
- Calcolare l'energia minima E per cui un fotone urtando contro un protone fermo può produrre una coppia e^+e^- . Stessa domanda nel caso che il bersaglio sia un elettrone fermo
- Calcolare l' energia minima un e^+ per cui nella annichilazione contro un e^- fermo può essere prodotta una coppia $\mu^+\mu^-$
- Calcolare l'energia minima di un protone che urtando con protone fermo produce la reazione
$$p+p \rightarrow p+p+\pi_0.$$
- Calcolare la trasformata di Fourier di un segnale $A(t) = A_0 \exp(i\omega_0 t - \gamma t)$ per $t > 0$ e $A(t) = 0$ altrove.