

Processi d'urto: dinamica

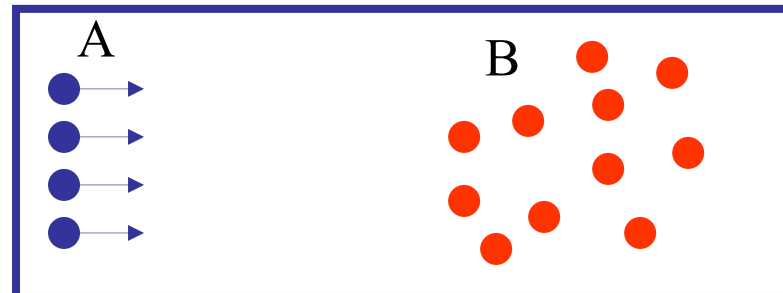
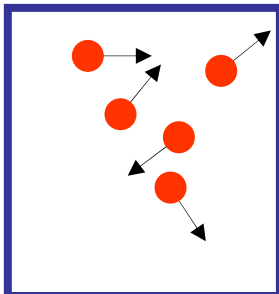
- Il concetto di sezione d'urto
- Sezioni d'urto di collisioni atomiche e nucleari
- La sezione d'urto p-p
- La sezione d'urto γ -p
- La sezione d'urto ν -p
- Gerarchia delle interazioni fondamentali
- Classificazione delle particelle rispetto alle interazioni fondamentali
- Conservazione di carica, numero barionico e leptonico
- Cammino libero medio e lunghezza di collisione.
- La diffusione di molecole in un fluido
- La diffusione di neutrini nei processi di supernova

Introduzione

- Per studiare un atomo o una molecola, si osservano le sue righe, cioè si misurano le distanze fra i livelli energetici. Si eccita l'atomo, fornendogli energia, e se ne osservano le diseccitazioni. Queste rivelano i vari gradi di libertà del sistema in esame.
- Riassumendo l'esplorazione del capitolo precedente, si è usata l'energia per studiare "eccitazioni" e si sono determinati i "gradi di libertà" più nascosti, allo stato attuale rappresentati nella tabella dei 6 leptoni e 6 quarks.
- Poiché l'energia rilevante è quella nel centro di massa, \sqrt{s} , è naturale chiamare questo approccio come la fisica del canale s.
- Misurare le posizioni delle righe non completa la descrizione del sistema atomico o molecolare. Misurando l'intensità delle righe si hanno informazioni sull'intensità con cui è accoppiato il campo di radiazione, cioè sulle forze che agiscono fra le sorgenti della radiazione.
- Questo supera la descrizione cinematica. Per una descrizione della dinamica, occorre conoscere l'intensità delle forze e il loro andamento con la distanza
- A questo riguardo, le osservabili utili in un processo di collisione sono le sezioni d'urto, quantità con le dimensioni di un'area che misurano l'estensione e la probabilità dell'interazione.
- Le prossime pagine sono dedicate ad illustrare il concetto di sezione d'urto e a determinarne l'ordine di grandezza.

Collisioni in un gas e collisioni di un fascio di particelle

- Ciò che si osserva di un gas è il risultato di urti fra particelle. Non conosciamo l'energia di ciascuna particella (e non ci interessa), ma ne conosciamo il valor medio.
- Non si è in grado di seguire il moto e gli urti di una singola particella, ma si ricorre a osservabili medie, di carattere statistico, le cui relazioni esprimono le proprietà delle particelle e delle loro interazioni.
- Ad esempio, l'equazione di stato di un gas perfetto, $PV=NkT$ descrive il comportamento di un gas classico (= non quantistico e non relativistico), di N oggetti "puntiformi". Per tener conto del volume finito di questi, si introduce un termine di covolume, $V \rightarrow V - Nv_0$, che tiene conto di una proprietà dei singoli costituenti (v_0)
- In un fascio di particelle (A) accelerate, energia e impulso dei proiettili sono ben definiti. Se l'energia cinetica è sufficientemente alta posso trascurare i moti dei bersagli (B) contro cui queste vanno a urtare, e dunque considerare B come "fermi". È dunque definita la cinematica dello stato iniziale.
- Tuttavia, non si può seguire la "traiettoria" di una singola particella e il processo deve ancora essere caratterizzato mediante quantità medie, dove la media è ottenuta confrontando il comportamento di molte particelle del fascio.

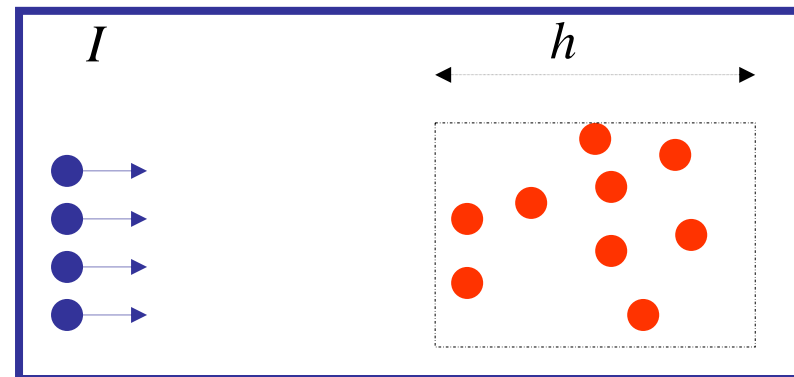
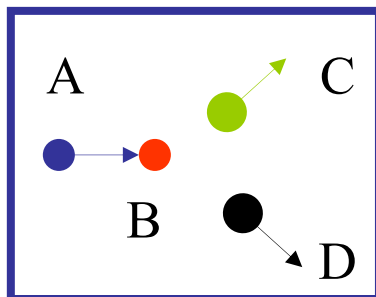


La sezione d'urto

- La sezione d'urto è la principale osservabile media che caratterizza la collisione.
- Supponiamo di voler studiare la reazione $A+B \rightarrow C+D$ mandando un fascio di particelle A contro una “targhetta” (=target, bersaglio) di particelle B.
- Il fascio è caratterizzato dalla “corrente” I (numero di particelle prodotte per unità di tempo), dal tipo di particelle e dalla loro energia.
- La “targhetta” è caratterizzata dalla densità di bersagli (numero/volume) n e dallo spessore h .
- La quantità misurabile è il numero di reazioni per unità di tempo $\Delta N/\Delta t$.
- Se la targhetta è sottile (cioè è piccola la probabilità che ciascun proiettile faccia una collisione) il numero di reazioni che avvengono nell'unità di tempo è proporzionale alla corrente, alla densità e allo spessore:

$$\Delta N/\Delta t = I n h \sigma.$$

- La costante di proporzionalità, che ha le dimensioni di $[L]^2$, si chiama sezione d'urto della reazione $A+B \rightarrow C+D$



La sezione d'urto: da chi può dipendere

- L'equazione $\Delta N / \Delta t = I n h \sigma$ fornisce una definizione operativa di σ . Si assegnano le caratteristiche dell'apparato (I, n, h) e si misura il numero delle interazioni ΔN in un tempo Δt . In questo modo si determina σ da:

$$\sigma = \Delta N / (\Delta t I n h)$$

- Chiaramente σ non dipende dall'apparato o dall'esperimento: se raddoppio lo spessore, raddoppia il numero dei conteggi ma σ è la stessa; analogamente se vario gli altri parametri.
- È una caratteristica della reazione $A+B \rightarrow C+D$ e dunque dipende dal tipo di particelle e dalle loro interazioni.
- C'è una sezione d'urto per ciascun tipo di reazione:

$$\sigma = \sigma(A+B \rightarrow C+D)$$

- Si definisce la sezione d'urto inelastica come la somma delle sezioni d'urto di tutte le reazioni: $\sigma_{in}(A,B) = \sigma(A+B \rightarrow C+D) + \sigma(A+B \rightarrow C'+D') + \dots$
- Si definisce analogamente la sezione d'urto $\sigma_{el}(A,B)$ per il processo elastico, $A+B \rightarrow A+B$.
- La sezione d'urto totale è $\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{in}$.
- La sezione σ dipende dall'energia a cui avviene la collisione:

$$\sigma = \sigma(E)$$

- Ad esempio, sotto la soglia di reazione ($E < E_{th}$), $\sigma = 0$

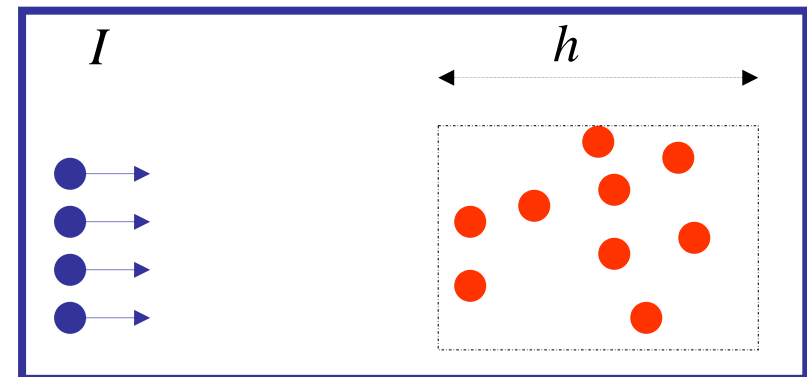
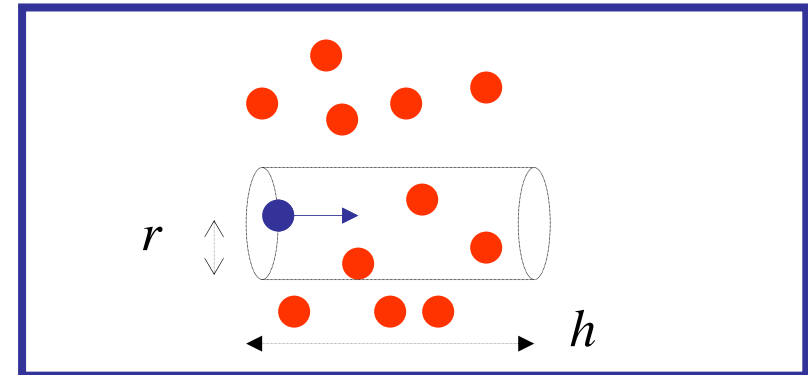
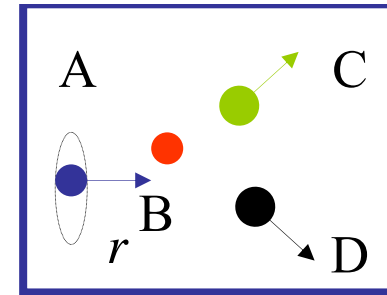
La sezione d'urto: che cosa significa

- Supponiamo che la reazione $A+B \rightarrow C+D$ avvenga quando le particelle A e B si trovino a distanza $d < r$, con probabilità w .
- Per ciascuna particella (i) che entra nel bersaglio, la probabilità P_i di effettuare una reazione sarà data dal numero di incontri N_i che avvengono con distanza $d < r$, moltiplicata per la probabilità di reazione w in ciascun incontro, $P_i = N_i w$ *.
- Se medio su tante particelle $N_i \rightarrow \langle N \rangle = \pi r^2 n h$ e $P_i \rightarrow \langle P \rangle = \pi r^2 w n h$
- Se I è il numero di particelle che entrano nel bersaglio nell'unità di tempo, il numero di interazioni nell'unità di tempo sarà $I \langle P \rangle$ e dunque:

$$\Delta N / \Delta t = I n h \pi r^2 w$$

- Confrontando con la definizione di σ data da
- $$\Delta N / \Delta t = I n h \sigma$$
- ne ricavo: $\sigma = \pi r^2 w$

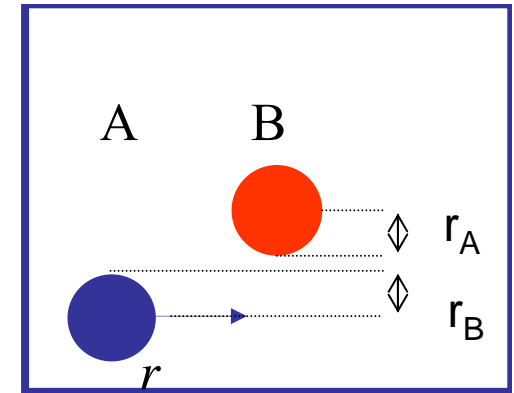
*Questo è vero per una targhetta "sottile" in cui la probabilità di collisioni multiple è trascurabile.



La sezione d'urto rappresenta il prodotto dell'area geometrica in cui avviene l'interazione per la probabilità che la stessa avvenga.

Collisioni atomiche

- L'urto di atomi può essere approssimativamente descritto come l'urto fra sfere rigide, ciascuna con raggio $r \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$.
- Consideriamo l'urto di due sfere A e B con raggi r_A ed r_B . Classicamente si ha un urto se $d < r_A + r_B$, cioè la probabilità di collisione è:



$$w = 1 \text{ se } d < r_A + r_B ; w = 0 \text{ se } d > r_A + r_B$$

- La sezione d'urto è dunque

$$\sigma = \pi(r_A + r_B)^2$$

- Questa “sezione d'urto geometrica” è un buon punto di partenza per capire che cosa solo le sezioni d'urto di un processo.
- Le sezioni d'urto atomiche sono dell'ordine di $1 \text{ \AA}^2 = 10^{-16} \text{ cm}^2$.
- Nell'urto le sfere possono rimanere intatte (processo elastico) o spaccarsi (processo inelastico). Se w_{el} e $w_{in} = (1 - w_{el})$ sono le rispettive probabilità si ha :

$$\sigma_{el} = w_{el} \pi(r_A + r_B)^2$$

$$\sigma_{in} = w_{in} \pi(r_A + r_B)^2$$

- Nell'urto di atomi lenti (rispetto alle velocità con cui si muovono elettroni atomici) non c'è trasferimento di energia ai gradi di libertà interni e dunque l'urto è puramente elastico.
- Con l'aumentare dell'energia, si possono eccitare livelli atomici, o gli elettroni possono essere strappati dall'atomo. In tal caso si hanno anche processi inelastici.

Il barn: l'unita' di misura delle sezioni d'urto in fisica nucleare e subnucleare



- Webster:

A covered building used chiefly for storing grain, hay, and other productions of a farm. In the United States a part of the barn is often used for stables. Barn owl (Zoöl.), an owl of Europe and America (Aluco flammeus, or Strix flammea), which frequents barns and other buildings. -- Barn swallow (Zoöl.), the common American swallow (Hirundo horreorum), which attaches its nest of mud to the beams and rafters of barns.

- Enciclopedia britannica:

*“...unit of area used to measure the absorption cross section of atomic nuclei in the study of interactions between the nuclei and other particles. It is equal to 10^{-24} square centimetre. The name, coined by U.S. scientists, is derived from the proverbial phrase “side of a **barn**,” something easy to hit”.*

- Le dimensioni di un nucleo sono $r_A = A^{1/3} (1.1 \cdot 10^{-13}) \text{ cm}$. Le sezioni d'urto geometriche nella collisioni di nuclei sono dunque dell' ordine $\sigma_G = \pi r_A^2 = 3A^{2/3} 10^{-26} \text{ cm}^2$. Se considero un nucleo pesante, $A \approx 160$ ho dunque $\sigma_G \approx 10^{-24} \text{ cm}^2$.
- **1barn = 10^{-24} cm^2** è dunque una unità naturale per le collisioni di nuclei pesanti
- È una dimensione “grande” rispetto alla scala di nuclei leggeri, protoni, o altre particelle subnucleari, da qui -forse- il nome.

Ordini di grandezza delle sezioni d'urto di particelle subnucleari

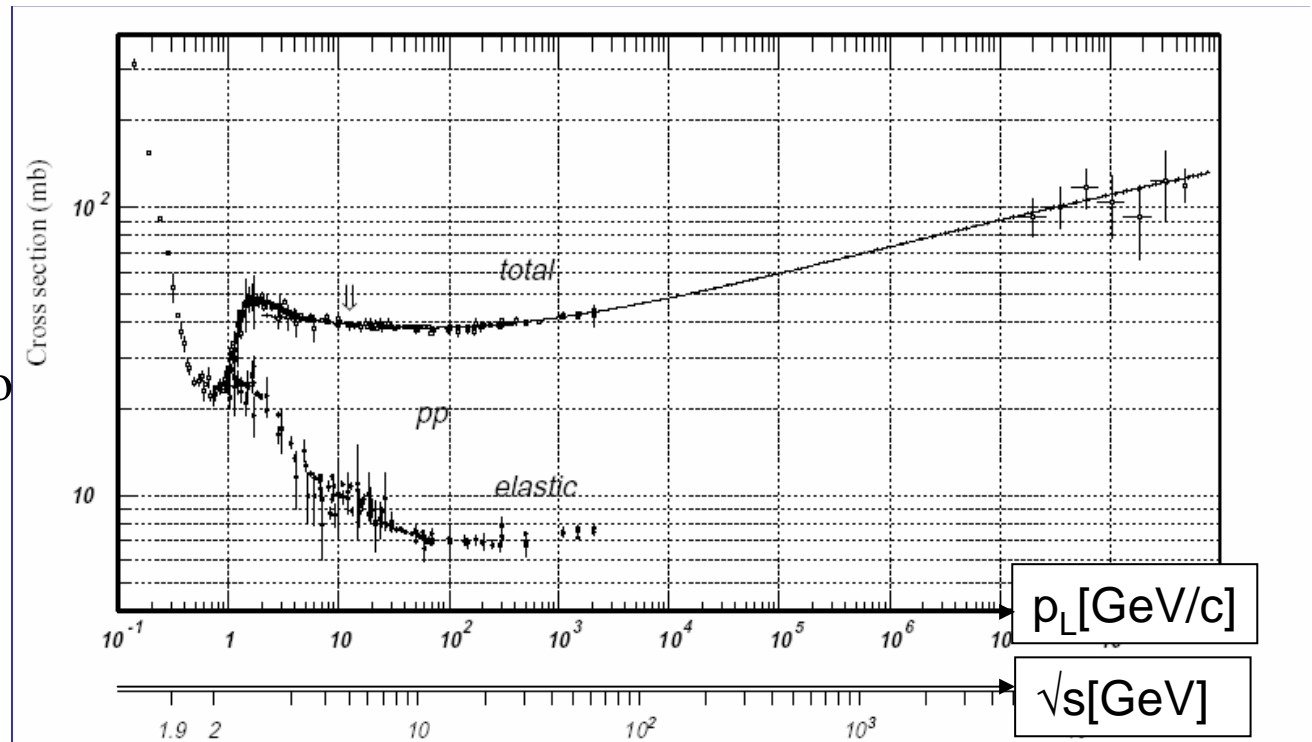
- Al fine di avere un'idea delle diverse intensità delle interazioni fondamentali, consideriamo proiettili di tipo diverso (p , γ e ν) che urtino contro lo stesso bersaglio, un protone.
- Le sezioni d'urto, in genere, dipendono dall'energia. Poiché la variabile fisicamente rilevante è l'energia nel centro di massa, concentriamoci su uno stesso valore, ad es.:
$$\sqrt{s} = 10\text{GeV}$$
- Assegnamo a un protone una dimensione dell'ordine di $r_n = 1\text{fm} = 10^{-13}\text{cm}$ *
- La tipica sezione d'urto geometrica che ci aspettiamo è dell'ordine di
$$\sigma_G = \pi r_n^2 \approx 3\text{fm}^2 = 3 \cdot 10^{-26}\text{cm}^2.$$
- Dalle sezioni d'urto misurate σ potremo estrarre una probabilità di interazione come

$$w = \sigma / \sigma_G .$$

- *un protone, in realtà, non ha un raggio definito come quello di una sfera rigida, e le sue dimensioni dipendono dalla sonda con cui lo si guarda. Lo studio della diffusione elastica di elettroni su protoni fornisce un raggio medio per la distribuzione di carica all'interno di un protone un raggio medio $r_p = 0.8\text{ fm}$

La sezione d'urto protone protone

- Il grafico mostra σ_{el} e σ_{tot} in funzione dell'impulso del protone proiettile p_L e dell'energia equivalente nel c.m. \sqrt{s} *
- Le σ sono misurate in millibarn, sottomultiplo di un'unità



frequentemente utilizzata in fisica nucleare e subnucleare:

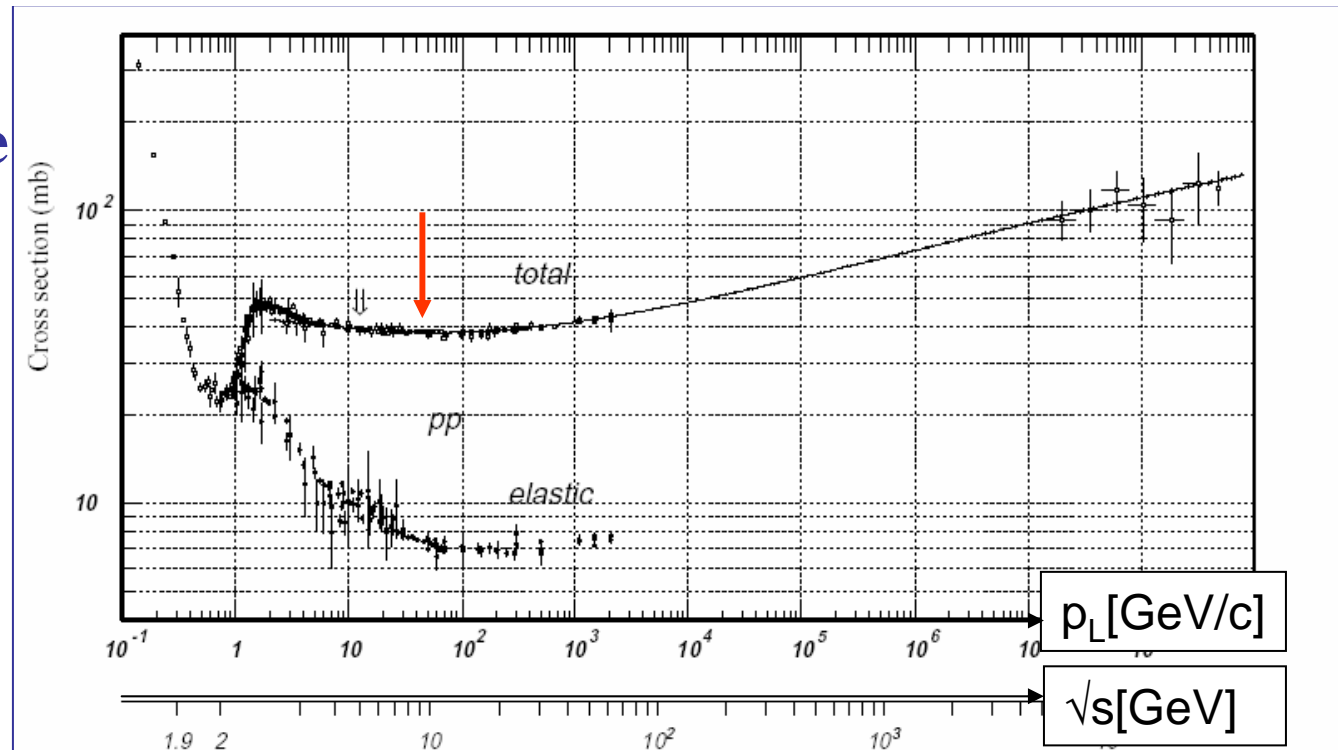
$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2 \rightarrow 1 \text{ mb} = 10^{-27} \text{ cm}^2.$$

- La sezione d'urto elastica decresce all'aumentare dell'energia, in conseguenza del fatto che all'aumentare dell'energia di collisione diventa sempre più improbabile lasciare intatte le particelle che urtano.
- La sezione d'urto totale, al di sopra di $\sqrt{s} \approx 3 \text{ GeV}$ è approssimativamente costante. Dunque aumenta σ_{in} , come conseguenza delle produzione di particelle, principalmente pioni**

*Ricordare che $s = 2m_p E_L + 2m_p^2$ e inoltre $E_L = (m_p^2 + p_L^2)^{1/2}$.

** Calcolare il valore di soglia per la produzione di 1 pione, e confrontarlo col picco di σ_{in} in figura.

La probabilita' di interazione protone protone

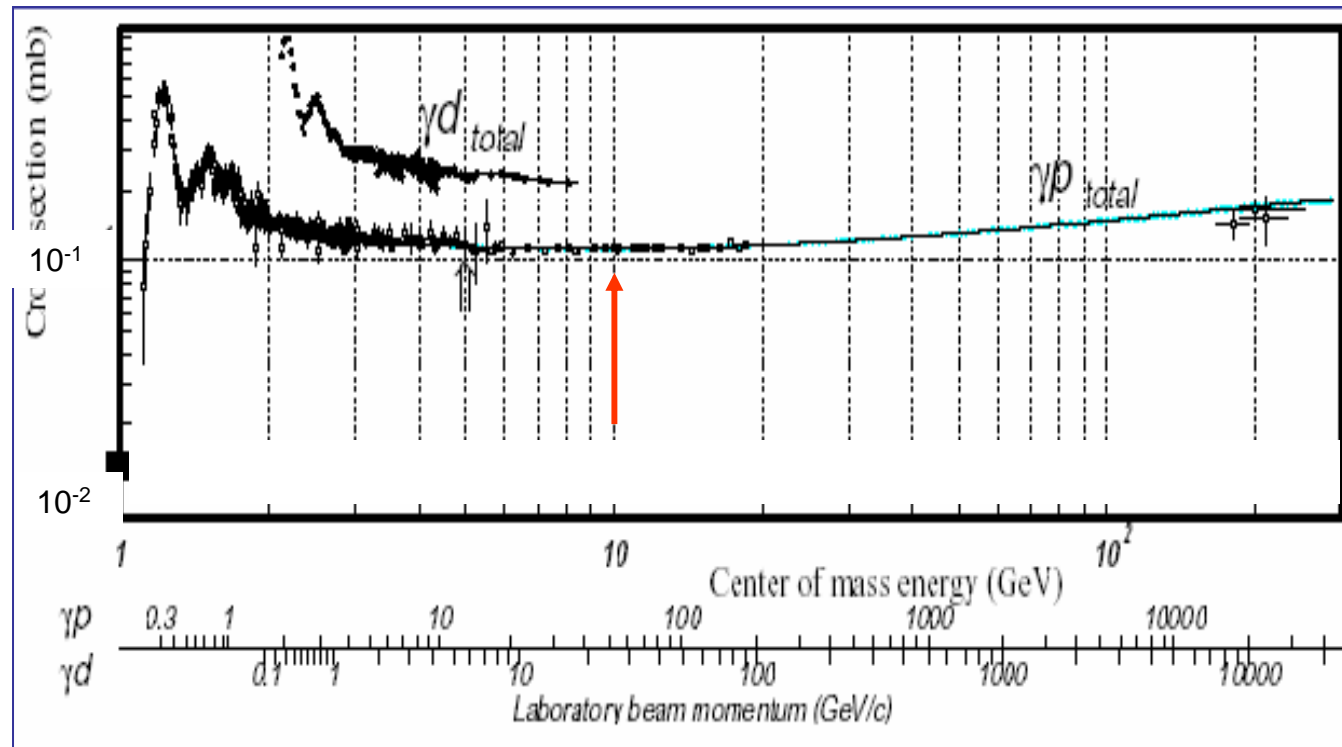


- Su un ampio intervallo di energie sopra la soglia per la produzione di pioni la sezione d'urto totale è approssimativamente costante
- A $\sqrt{s} = 10$ GeV ho $\sigma_{\text{tot}}(pp) = 4 \cdot 10^{-26}$ cm². La probabilità media di interazione è dunque:

$$w(pp) = \sigma_{\text{tot}}(pp) / \sigma_G \approx 1$$

- cioè due protoni, se si avvicinano a distanze dell'ordine di un fermi interagiscono con probabilità dell'ordine di uno.

La sezione d'urto fotone protone



- La sezione d'urto totale fotone protone ha un comportamento simile a quella pp: si notano i picchi della fotoproduzione di pioni e altri mesoni, quindi una zona in cui $\sigma(\gamma p)$ è essenzialmente piatta e infine una lenta risalita.

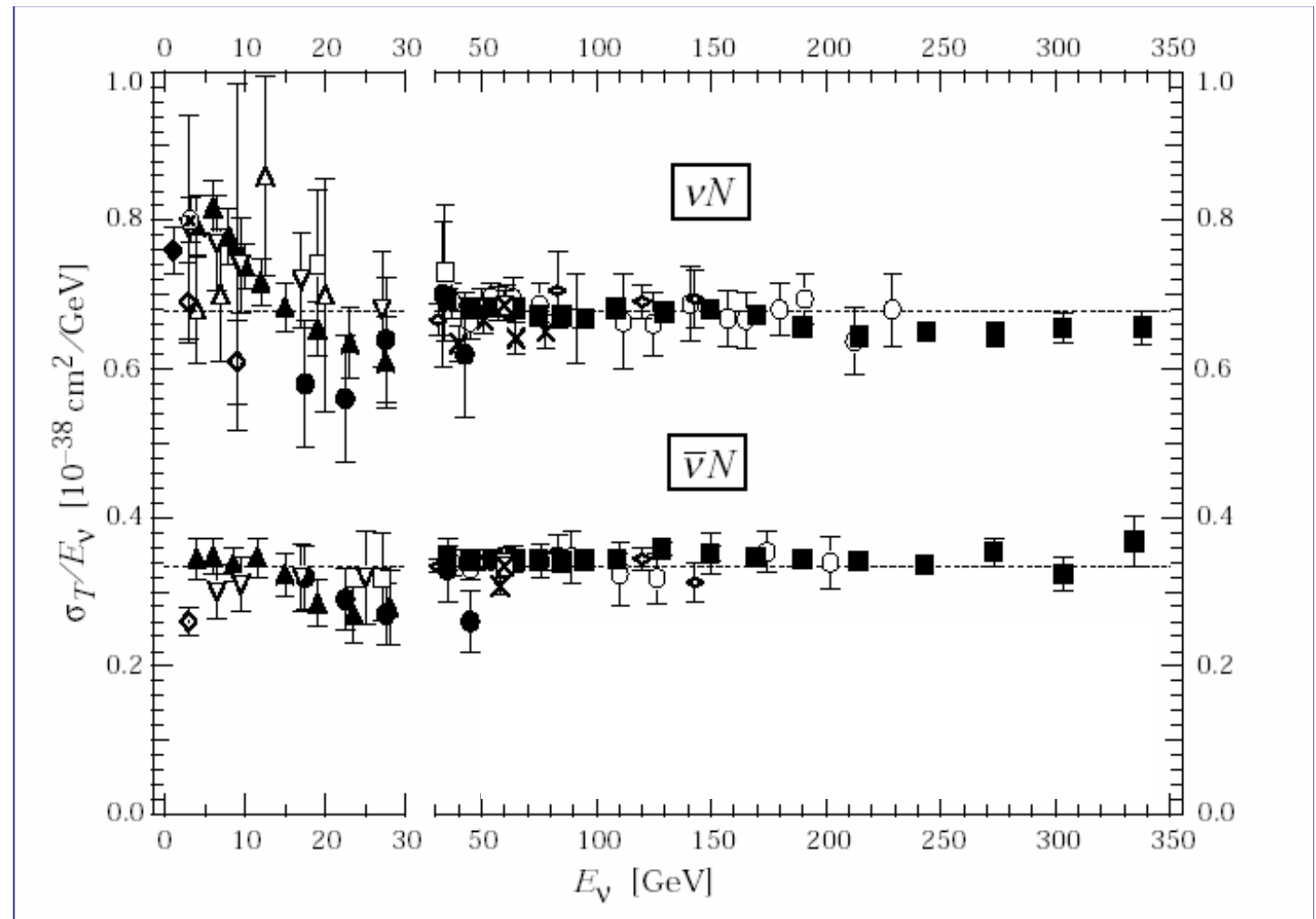
- La caratteristica principale è che, come ordine di grandezza, a parità di s:

$$\sigma_{\text{tot}}(\gamma p) \approx 1/400 \sigma_{\text{tot}}(pp)$$

- Cioè la probabilità di interazione di un fotone è circa 400 volte inferiore a quella di un protone:

$$w(\gamma p) \approx 1/400 w(pp)$$

Le sezioni d'urto neutrino protone



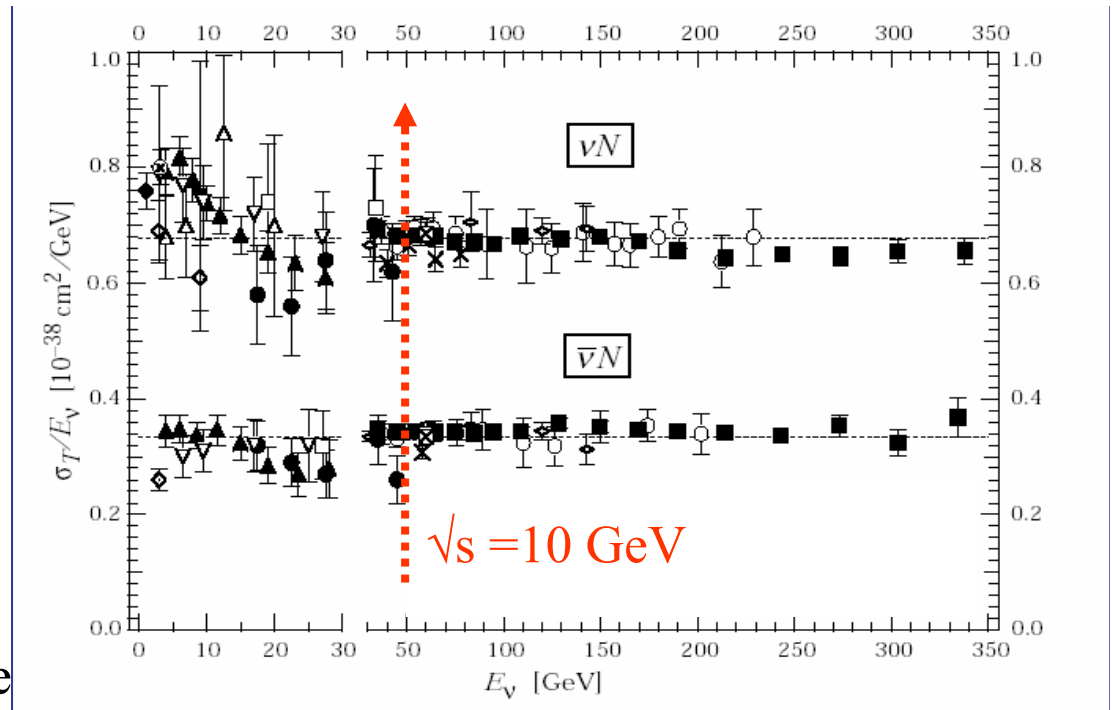
- La sezione d'urto totale neutrino (o antineutrino) protone ha un comportamento ben diverso da quello della pp, in quanto cresce linearmente con l'energia E_ν del neutrino incidente
- Dunque cresce con il quadrato dell'energia nel c.m. poiché per energie alte

$$s = 2E_\nu m_p + m_p^2 \approx 2E_\nu m_p$$

La probabilita' di interazione neutrino protone

- A $\sqrt{s} = 10$ GeV corrisponde un energia dei neutrini $E_\nu = 50$ GeV.
- La sezione d'urto di neutrini è dunque $\sigma_{\text{tot}} = 3.5 \cdot 10^{-37} \text{cm}^2$, mentre per la collisione pp era dell'ordine di $4 \cdot 10^{-26} \text{cm}^2$.
- A questa energia le probabilità di interazione dei neutrini sono dunque

$$w(\nu p) \approx 10^{-11}.$$
- Le probabilità di interazione dei neutrini crescono con la loro energia (e dunque con l'energia nel centro di massa).



- Questo comportamento non può valere per energie arbitrariamente alte, perché una probabilità non può superare l'unità.
- Sappiamo che per energie nel c.m. del ordine di $\sqrt{s} \approx 100$ GeV ($E_\nu \approx 500$ GeV) il comportamento cambia, e le probabilità di interazione dei neutrini diventano dello stesso ordine di grandezza di quelle di fotoni ed elettroni.

La gerarchia delle interazioni fondamentali

- Le forze fra le particelle hanno dunque intensità assai diverse, che si riflette nelle diverse probabilità di interazione. Per quel che sappiamo, esistono quattro interazioni fondamentali:
- FORTE, è quella fra protoni e/o neutroni e/o quarks. La probabilità di interazione è $w \approx 1$. È l'interazione forte che tiene legati protoni e neutroni nei nuclei, e i quarks all'interno del protone
- ELETTROMAGNETICA. Le probabilità di interazione sono $w \approx 1/100$. È l'interazione che tiene legati gli elettroni agli atomi.
- DEBOLE: associata alla forza che esercitano (e avvertono) i neutrini. Non si conoscono sistemi legati associati a questo tipo di forza.
- GRAVITAZIONALE: la forza che tiene legato il sistema solare e la galassia è trascurabile al livello delle particelle nucleari e subnucleari, alle energie finora esplorate: per due protoni a riposo a distanza r , il rapporto tra forza gravitazionale ($F_G = G_N m_p^2 / r^2$) ed elettrostatica ($F_C = e^2 / r^2$) è:

$$F_G / F_C = G_N m_p^2 / e^2 \approx 10^{-36}$$

La classificazione delle particelle rispetto alle interazioni fondamentali.

- Conosciamo la carica elettrica come sorgente dei campi elettromagnetici. Possiamo immaginare altre cariche associate alle particelle, una per ciascun tipo di interazione cui partecipa.
- I quarks hanno tutte le cariche non nulle, in particolare sono gli unici costituenti della materia ad avere carica forte. Tutti i quarks hanno la stessa carica forte
- Il leptoni non hanno carica forte. Tutti i leptoni hanno carica debole. Le cariche sono le stesse quando si passa da una famiglia all'altra.
- Tutte le particelle hanno carica gravitazionale, nel senso che la sorgente della gravità è l'energia portata dalla particelle.
- Le cariche elettriche, come quelle deboli e forti, sono quantizzate, cioè sono esprimibili in termini di multipli di un valore comune.

quarks

	Carica forte	Carica elettrica	Carica debole	Carica Gravit.
u	SI	SI	SI	SI
d	SI	SI	SI	SI
s	SI	SI	SI	SI
c	SI	SI	SI	SI
t	SI	SI	SI	SI
b	SI	SI	SI	SI

leptoni

	Carica forte	Carica elettrica	Carica debole	Carica Gravit.
e	NO	SI	SI	SI
ν_e	NO	NO	SI	SI
μ	NO	SI	SI	SI
ν_μ	NO	NO	SI	SI
τ	NO	SI	SI	SI
ν_τ	NO	NO	SI	SI

Le interazioni degli adroni

- Si chiamano adroni le particelle che hanno interazioni forti
- Gli adroni contengono al loro interno quarks, e/o antiquarks, in combinazioni ben definite:
 - Barioni = (qqq)
 - Mesoni = (q-antiq)
- I protoni e i neutroni sono barioni, ciascuno costituito da tre quarks(*). I nuclei, costituiti da Z protoni e N neutroni, contengono dunque $3(Z+N)q$.
- Se ho una collisione fra adroni, il processo più probabile è quello dovuto alle interazioni forti; processi dovuti alle interazioni e.m. e/o deboli possono avvenire, ma sono più improbabili.
- (*)poiché i quarks hanno spin $\frac{1}{2}$, i barioni hanno spin semi-intero, mentre i mesoni hanno spin intero.

quarks

	Carica forte	Carica elettrica	Carica debole	Carica Gravit.
u	SI	SI	SI	SI
d	SI	SI	SI	SI
s	SI	SI	SI	SI
c	SI	SI	SI	SI
t	SI	SI	SI	SI
b	SI	SI	SI	SI

leptoni

	Carica forte	Carica elettrica	Carica debole	Carica Gravit.
e	NO	SI	SI	SI
ν_e	NO	NO	SI	SI
μ	NO	SI	SI	SI
ν_μ	NO	NO	SI	SI
τ	NO	SI	SI	SI
ν_τ	NO	NO	SI	SI

Numeri quantici additivi conservati: la carica elettrica

- L'esistenza di grandezze fisiche conservate è legata a proprietà di invarianza dell'interazione.
- La carica elettrica di un sistema di due particelle è la somma delle cariche e la carica di una antiparticella è opposta a quella della particella:

$$1) \quad Q(X_1+X_2) = Q(X_1)+Q(X_2)$$

$$2) \quad Q(\text{anti}X) = - Q(X)$$

- Per quel che sappiamo*, la carica elettrica è conservata in ogni interazione**.

$$\Sigma_i Q_i = \Sigma_f Q_f$$

- Una osservabile che soddisfa a 1) e 2) è chiamata numero quantico additivo.
- Esistono altri due numeri quantici additivi (“cariche”) che appaiono conservati in ogni processo fisico:
- Il numero leptonico
- Il numero barionico

quarks

	Carica elettrica	Numero barionico	Numero leptonico
u	2/3	1/3	0
d	-1/3	1/3	0
c	2/3	1/3	0
s	-1/3	1/3	0
t	2/3	1/3	0
b	-1/3	1/3	0

leptoni

	Carica elettrica	Numero barionico	Numero leptonico.
e	-1	0	1
ν_e	0	0	1
μ	-1	0	1
ν_μ	0	0	1
τ	-1	0	1
ν_τ	0	0	1

- *L'informazione più precisa sulla conservazione della carica elettrica viene dalla stabilità dell'elettrone ($\tau_e > 4 \cdot 10^{24}$ yr)
- **La conservazione della carica elettrica è collegata con l'invarianza per trasformazioni di gauge

Il numero leptonic

- Il numero leptonic e' una osservabile additiva non nulla solo sui leptoni:
 - 1) $L(\text{leptone})=+1$
 - 2) $L(\text{antileptone})=-1$
 - 3) $L(\text{quark})=L(\text{antiquark})=0$
- In ogni processo fisico finora osservato questa grandezza appare conservata:

$$\sum_i L_i = \sum_f L_f .$$

- Aver assegnato +1 ai leptoni è una convenzione: avrei potuto assegnare loro qualsiasi valore non nullo, e il risultato non sarebbe cambiato.
- Se il sistema nello stato iniziale ha $L=0$ posso creare leptoni nello stato finale, ma per ciascun leptone ci sarà un antileptone

quarks			
	Carica elettrica	Numero barionico	Numero leptonic
u	2/3	1/3	0
d	-1/3	1/3	0
c	2/3	1/3	0
s	-1/3	1/3	0
t	2/3	1/3	0
b	-1/3	1/3	0

leptoni			
	Carica elettrica	Numero barionico	Numero leptonic.
e	-1	0	1
ν_e	0	0	1
μ	-1	0	1
ν_μ	0	0	1
τ	-1	0	1
ν_τ	0	0	1

Il numero barionico

- Si definisce il numero barionico come un osservabile additiva non nulla solo sui quark :
 - 1) $B(\text{quark})=+1/3$
 - 2) $B(\text{antiquark})=-1/3$
 - 3) $B(\text{leptone})=B(\text{antileptone})=0=B(\text{mesone})$
- In ogni processo fisico finora osservato questa grandezza appare conservata:

$$\sum_i B_i = \sum_f B_f .$$

- Aver assegnato $+1/3$ ai quarks è una convenzione: avrei potuto assegnare loro qualsiasi valore non nullo, e il risultato non sarebbe cambiato.
- Con questa convenzione il numero barionico del p e del n e in genere dei barioni è:

$$B(\text{qqq})=+ 1$$
- Il numero di massa A di un nucleo(=numero di protoni + numero di neutroni) coincide dunque col numero barionico del nucleo

quarks			
	Carica elettrica	Numero barionico	Numero leptonic
u	2/3	1/3	0
d	-1/3	1/3	0
c	2/3	1/3	0
s	-1/3	1/3	0
t	2/3	1/3	0
b	-1/3	1/3	0

leptoni			
	Carica elettrica	Numero barionico	Numero leptonic.
e	-1	0	1
ν_e	0	0	1
μ	-1	0	1
ν_μ	0	0	1
τ	-1	0	1
ν_τ	0	0	1

- Il numero barionico di un mesone è $B(\text{q -antiq})=0$

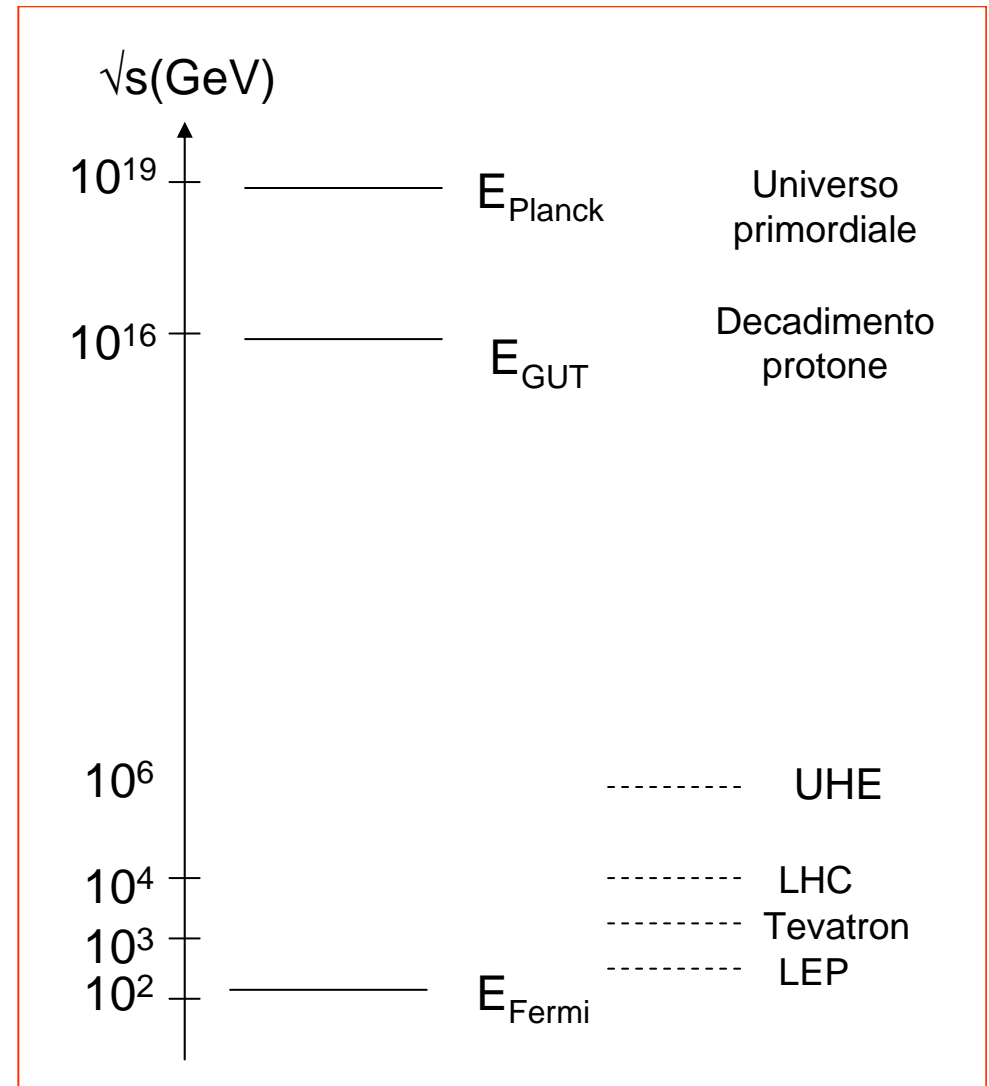
Relazioni fra le interazioni

- Nell'800 Maxwell unificò le interazioni elettriche e magnetiche: sono le cariche elettriche le sorgenti sia dei campi elettrici, sia dei campi magnetici.
- Una particella di carica e con velocità v genera sia un campo elettrico ($E \approx e/r^2$) sia un campo magnetico ($B \approx e(v/c)/r^2$). Quando $v \ll c$ i campi magnetici generati sono più deboli di quelli elettrici, ma hanno la stessa origine e natura.
- Negli anni '70 si è compreso che esiste una simile relazione fra interazioni e.m. ed interazioni deboli, nel senso che le sorgenti dei campi sono comuni. Quando le energie nel centro di massa sono $\sqrt{s} < 100 \text{ GeV}$, le interazioni deboli sono meno probabili, ma per energie confrontabili o superiori hanno lo stesso comportamento delle interazioni elettromagnetiche. La scala di energie alla quale avviene la transizione, è detta scala di Fermi ($E_F \approx 100 \text{ GeV}$). Oggi si dispone di una teoria unificata delle interazioni elettro-deboli, le cui predizioni sono in accordo con i dati sperimentali a livello o meglio di una parte per mille.
- Si ritiene che a energie $\sqrt{s} \approx 10^{16} \text{ GeV}$ le interazioni forti, elettromagnetiche e deboli abbiano la stessa intensità, siano cioè unificate a una scala $E_{\text{GUT}} \approx 10^{16} \text{ GeV}$ dove GUT= "Grand Unification Theory". In queste teorie, quarks e leptoni sono sullo stesso piano e possono trasformarsi gli uni negli altri, per cui il protone (libero) è instabile, ma non esistono al momento verifiche sperimentali.
- A energie maggiori o dell'ordine di $E_{\text{PLANCK}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$ tutte le interazioni, compresa quella gravitazionale, dovrebbero avere la stessa intensità e dovrebbe esistere una unificazione completa di tutte le forze della natura.

Come accedere alle varie scale di energia

- La fisica degli acceleratori e dei raggi cosmici può accedere solo alla prima scala di energia, quella di Fermi, che verrà esplorata in dettaglio nel prossimo decennio.
- Le tracce della scala di grande unificazione possono essere rivelate con la ricerca del decadimento del protone (libero).
- La scala di Planck è accessibile solo mediante lo studio dell'universo primordiale, a temperature tali che

$$kT = E_{\text{Planck}} \approx 10^{32} \text{ } ^\circ\text{K}.$$



Cammino libero medio e lunghezza di collisione

- Se consideriamo una specifica reazione (X), in media, per ciascuna particella la probabilità di reazione per unità di lunghezza dP/dx è data dal numero di bersagli contenuti in un cilindro di base σ_X e altezza unitaria : $dP/dx = \sigma_X n$.
 - La quantità $\lambda_X = 1/n\sigma_X$ ha le dimensioni di una lunghezza ed esprime la distanza percorsa in media da una particella nel mezzo prima che avvenga la reazione. È detta libero cammino medio. Dipende dalla particella, dal tipo di collisione e dal mezzo.
 - Se consideriamo tutti gli urti che una particella può fare (elastici e inelastici), la probabilità di collisione per unità di lunghezza è $dP/dx = \sigma_{tot} n$.
 - La quantità $\lambda = 1/n\sigma_{tot}$ è detta lunghezza di collisione della particella. Dipende dal tipo di particella, dalla sua energia e dal mezzo in cui questa viaggia
 - La lunghezza di collisione esprime dunque quanto una particella può penetrare in un mezzo prima di fare una collisione*.
-
- *Se ho una particella a bassa energia, che può fare solo collisioni elastiche, ($\sigma_{tot} = \sigma_{el}$). la lunghezza di collisione coincide col libero cammino medio per collisioni elastiche, detto -in questo caso senza ambiguità - libero cammino medio della particella.

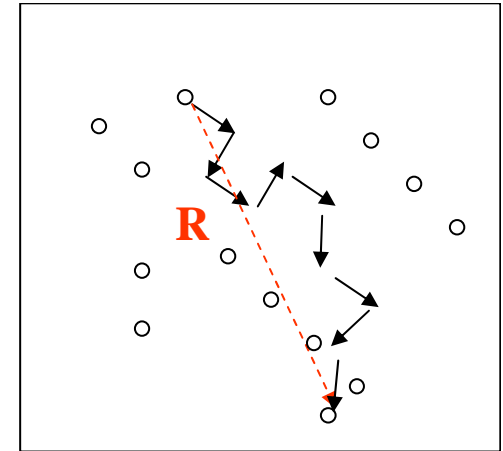
Ordini di grandezza delle lunghezze di collisione.

- Consideriamo a titolo di esempio un bersaglio costituito da idrogeno. Se è gassoso, in condizioni standard, ho $\rho = 0.09 \text{g/l}$ e quindi il numero di atomi per unità di volume è $n = 5.4 \cdot 10^{19} / \text{cm}^3$. Se considero idrogeno liquido, $\rho = 0.07 \text{g/cm}^3$ e quindi $n = 4 \cdot 10^{22} / \text{cm}^3$.
- Valutiamo la lunghezza di collisione ($\lambda = 1/n\sigma_{\text{tot}}$) in questi mezzi per vari proiettili:
- A) atomi $\sigma = 10^{-16} \text{cm}^2 \rightarrow \lambda(\text{gas}) = 2 \cdot 10^{-4} \text{cm}$; $\lambda(\text{liq}) = 2.5 \cdot 10^{-7} \text{cm}$
- B) nuclei $\sigma = 10^{-24} \text{cm}^2 \rightarrow \lambda(\text{gas}) = 2 \cdot 10^4 \text{cm}$ $\lambda(\text{liq}) = 2.5 \cdot 10^1 \text{cm}$
- Fissando un'energia di collisione, $\sqrt{s} = 10 \text{GeV}$, troviamo i seguenti valori per p, γ e ν .
- C) protoni $\sigma = 4 \cdot 10^{-26} \text{cm}^2 \rightarrow \lambda(\text{gas}) = 5 \cdot 10^5 \text{cm}$ $\lambda(\text{liq}) = 6 \cdot 10^2 \text{cm}$
- D) fotoni $\sigma = 10^{-28} \text{cm}^2 \rightarrow \lambda(\text{gas}) = 2 \cdot 10^8 \text{cm}$ $\lambda(\text{liq}) = 2.5 \cdot 10^5 \text{cm}$
- E) neutrini $\sigma = 7 \cdot 10^{-38} \text{cm}^2 \rightarrow \lambda(\text{gas}) = 3 \cdot 10^{17} \text{cm}$ $\lambda(\text{liq}) = 3.5 \cdot 10^{14} \text{cm}$
- Le differenze nelle lunghezze di collisione fra un gas in condizioni standard e un liquido (o un solido) sono un fattore 1000, come i rapporti delle densità
- Le differenze fra le varie particelle esprimono le loro proprietà di interazione: i neutrini che abbiamo considerato hanno una lunghezza di collisione $\approx 1/3$ di anno luce in un gas in condizioni standard.
- Poiché la probabilità di collisione per unità di lunghezza è $1/\lambda$, una targhetta è “sottile” se il suo spessore h soddisfa a $h \ll \lambda$.
- Attenzione: non va confusa la lunghezza di collisione, con il “range” di una particella, che dipende principalmente dall'interazione con gli elettroni del mezzo

La diffusione di molecole in un fluido

- Supponiamo di versare una goccia d'inchiostro in un bicchier d'acqua. Ci chiediamo il tempo necessario perché la goccia diffonda nell'acqua.
- Se considero la singola molecola, questa farà una serie d'urti contro le molecole circostanti. La distanza media fra due urti sarà:
- $\lambda = 1/n\sigma \approx 1/[(10^{-16} \text{ cm}^2)(3 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3})] \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$.
- La velocità con cui si muove sarà dell'ordine della velocità di agitazione termica:
- $v \approx (kT/m)^{1/2} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$
- Dopo N urti, si sarà spostata di: $\mathbf{R} = \sum_i \boldsymbol{\lambda}_i$ dove $\boldsymbol{\lambda}_i$ sono dei vettori di lunghezza (media) λ e orientazione arbitraria.
- Se considero il quadrato di \mathbf{R} ho:

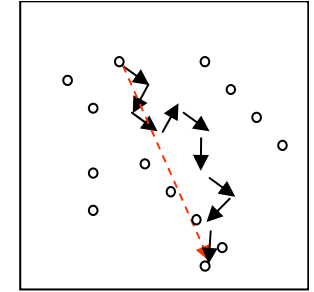
$$\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R} = \sum_i \boldsymbol{\lambda}_i^2 + \sum_{i \neq j} \boldsymbol{\lambda}_i \cdot \boldsymbol{\lambda}_j$$



- Per grandi N il primo termine cresce come $\lambda^2 N$, mentre il secondo ha contributi di segno alterno, con media nulla. Quindi in media:
- (1) $\langle \mathbf{R}^2 \rangle = N \lambda^2$
- Il tempo medio fra due urti è $\Delta t = \lambda/v$, per cui dopo un tempo t
- (2) $N = t/\Delta t = tv/\lambda$
- Combinando (1) e (2) ho la legge del moto browniano:
- (3) $\langle \mathbf{R}^2 \rangle = vt \lambda$
- Se richiedo $\langle \mathbf{R}^2 \rangle = (0.1 \text{ cm})^2$ (le dimensioni della goccia) trovo: 25

$$t \approx 1 \text{ s}$$

La diffusione di neutrini in una proto-stella di neutroni



- I neutrini possono attraversare generalmente enormi distanze senza effettuare urti, e dunque possono essere usati come “sonda” dell’interno di una stella come il sole, ma non sempre è così...
- Nell’esplosione di una supernova si forma una “protostella di neutroni”, un sistema estremamente denso ($M \approx M_{\text{sole}}$ e raggio $r \approx 10$ km) caldo. Nella formazione di questo sistema si produce un’energia $E \approx GM_{\text{sole}}^2/r \approx 4 \cdot 10^{46} \text{J}$ (confrontabile con quella prodotta da tutta la galassia in 30 anni), irradiata principalmente sotto forma di neutrini, perché la stella è estremamente opaca alla radiazione e.m.
- Stimiamo il tempo necessario perché i neutrini possano emergere da questo sistema e dunque raffreddare la stella.
- Le densità di nucleoni sono: $n \approx 10^{57}/(4 \cdot 10^{18} \text{cm}^3) \approx 2.5 \cdot 10^{38} \text{cm}^{-3}$
- Le temperature del sistema sono dell’ordine $T \approx 4 \cdot 10^{11} \text{°K} \Leftrightarrow kT \approx 30 \text{ MeV}$ e vengono prodotti neutrini con energie dell’ordine di kT
- Neutrini con queste energie* (termiche) hanno $\sigma \approx 10^{-40} \text{cm}^2$ e dunque lunghezze di collisione :

$$\lambda = 1/n\sigma \approx 1/[(10^{-40} \text{cm}^2)(2.5 \cdot 10^{38} \text{cm}^{-3})] \rightarrow \lambda \approx 40 \text{ cm}$$

- Poiché $\lambda \ll r$ i neutrini fanno molti urti prima di poter uscire dalla stella.
- La velocità dei neutrini è prossima alla velocità della luce: $v = c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$
- Il tempo t per uscire da una sfera di raggio r , ponendo $\langle R^2 \rangle = r^2$ è dunque

$$(1) \quad t \approx r^2/\lambda v \approx 1 \text{ s}$$

- *per v con energie di diversi Mev $\sigma \approx 10^{-41} \text{cm}^2 (E/10 \text{MeV})^2$ su nucleoni e più grandi per un fattore Z^2 nell’urto contro nuclei.

Esercizi

1. Per $\sqrt{s} = 1.2 \text{ GeV}$ la sezione d'urto di fotoproduzione di pioni è $\sigma = 0.4 \text{ mb}$. Dopo aver calcolato la densità di fotoni corrispondente a una temperatura $T = 3 \text{ }^{\circ}\text{K}$ stimare la distanza percorsa in media da un protone con $E = 10^{20} \text{ eV}$ prima di effettuare una reazione di fotoproduzione di pioni sui fotoni del fondo cosmico.
2. Sulla base della conservazione dell'energia, carica elettrica, numero leptonico e numero barionico, quale di questi processi può avvenire a un'energia $\sqrt{s} = 10 \text{ GeV}$
 - 2.1) $e^+ + e^- \rightarrow$ a) $\mu^+ + \mu^-$; b) $n + n$; p+ anti-p c) $W^+ + W^-$
 - 2.2) $p + e \rightarrow$ a) $n + n$; b) $\nu + n$; c) $\gamma + \gamma$
 - 2.3) $\pi^+ + p \rightarrow$ a) $\pi^0 + n$ b) $\pi^0 + n + p$ c) $\pi^0 + p + e$
3. Supponendo che l'energia $E = 4 \cdot 10^{46} \text{ J}$ di una supernova esplosa al centro della Galssia sia trasportata da neutrini con energia di 10 MeV , calcolarne il flusso sulla terra.