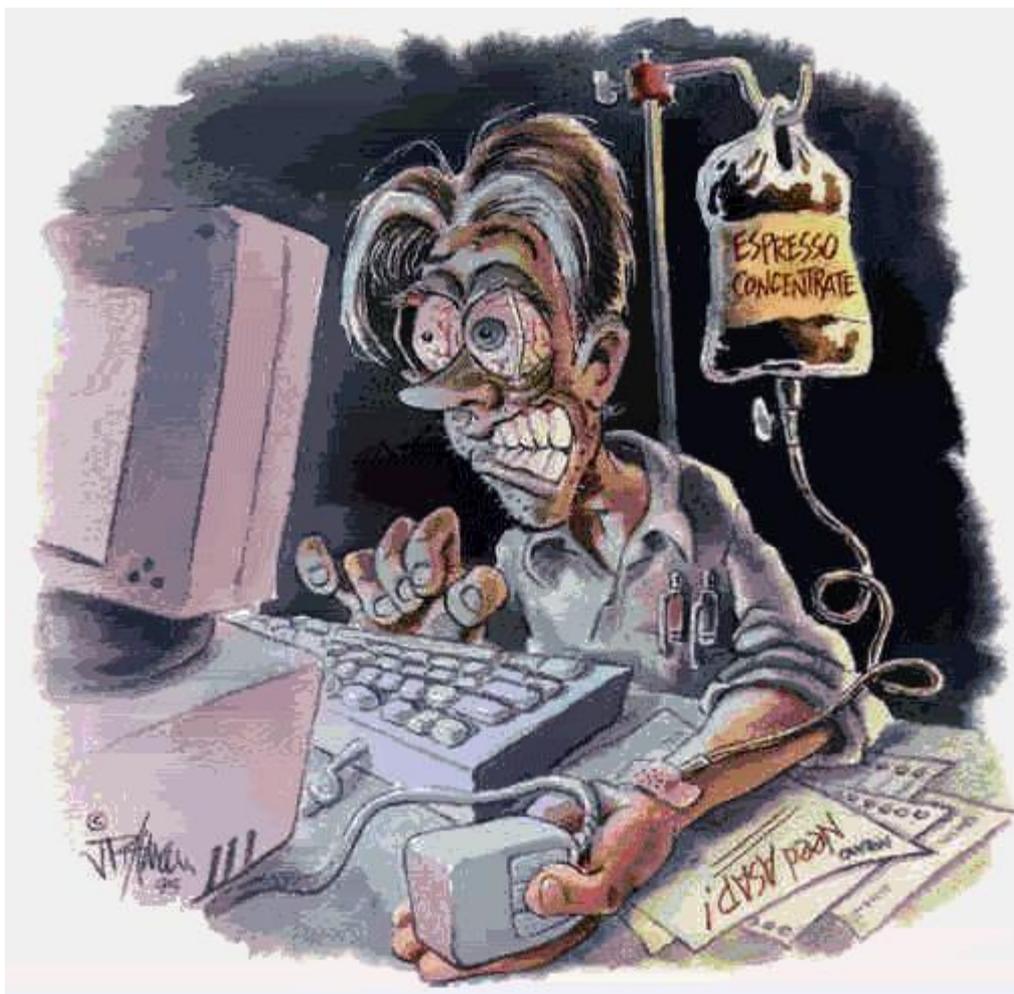


Scienze e Tecnologie per i Beni Culturali

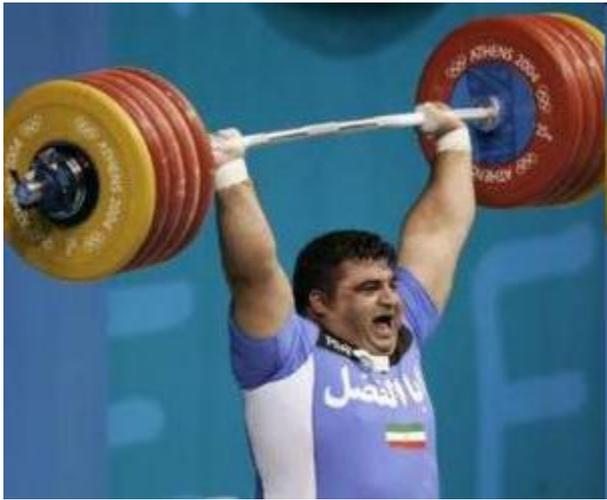
Corso di Geologia Applicata

Dott. Maria Chiara Turrini

Sforzo



Stress



Sforzo

“Ancora un piccolo sforzo e poi al ferro vecchio!”



*“Ancora 20 km e poi siamo arrivati.
Resistete!”*

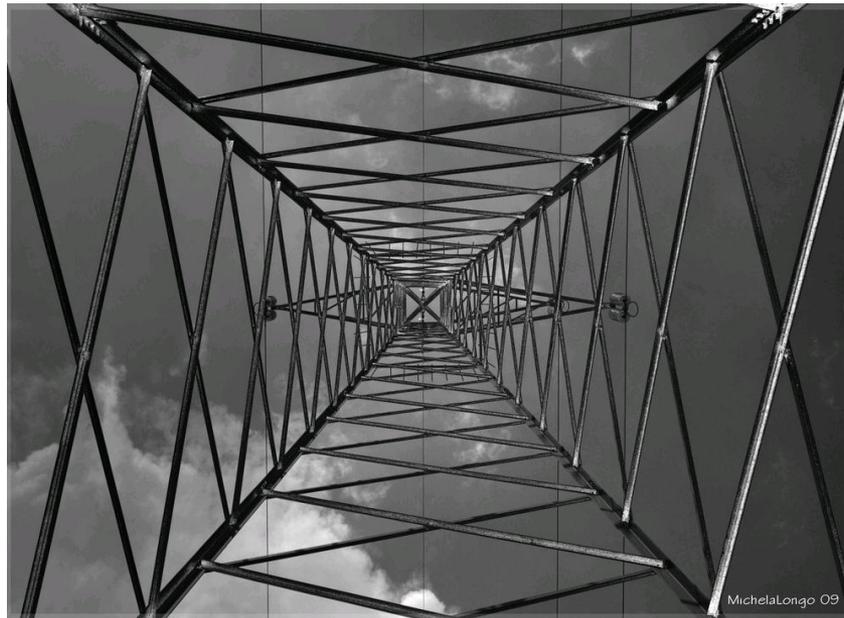
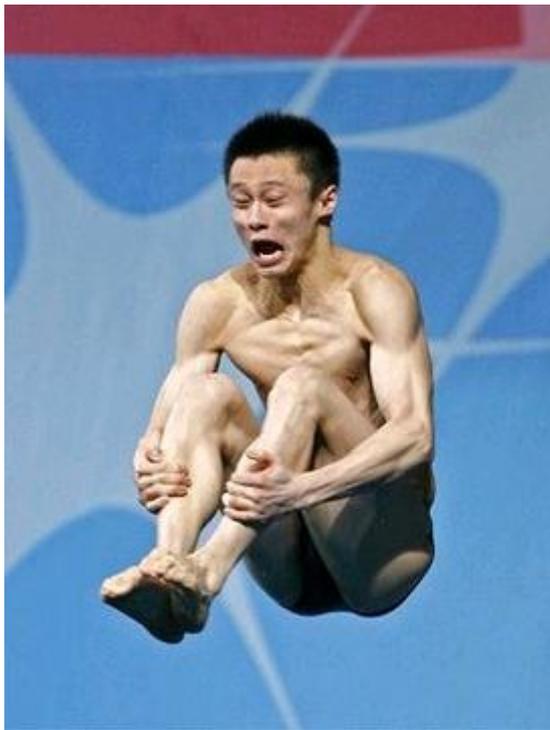


Carico



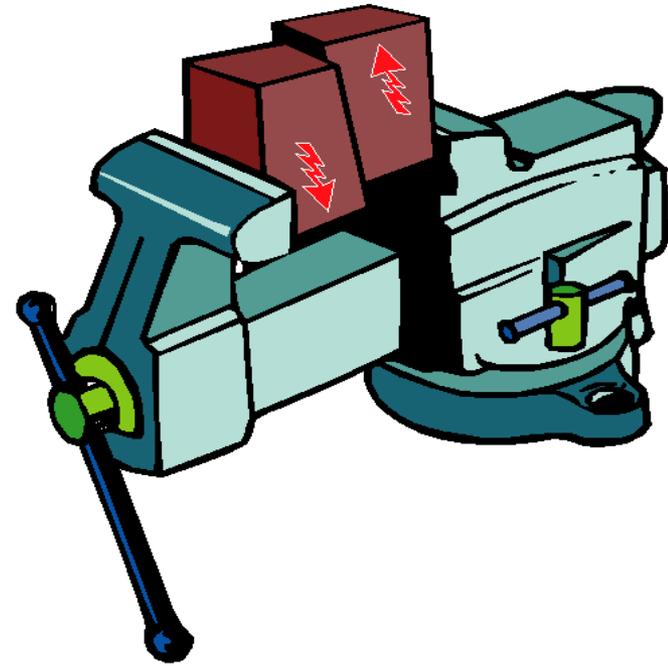
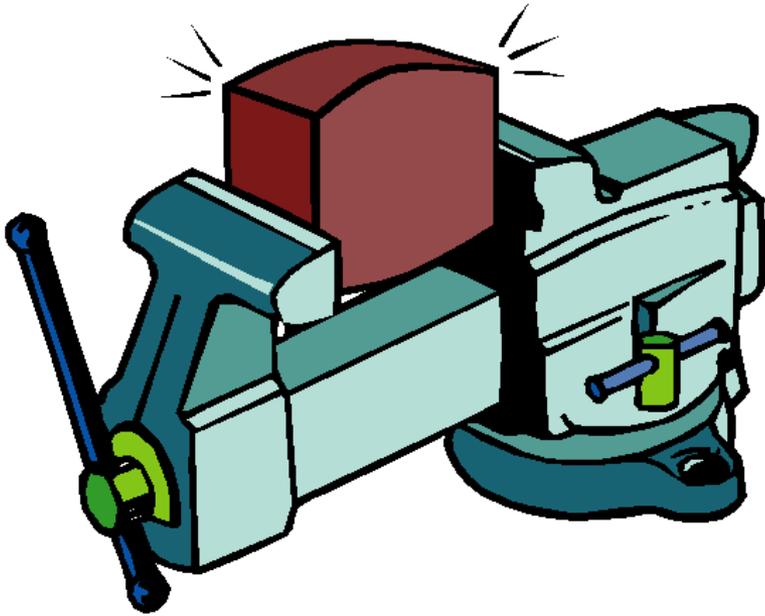


Pressione

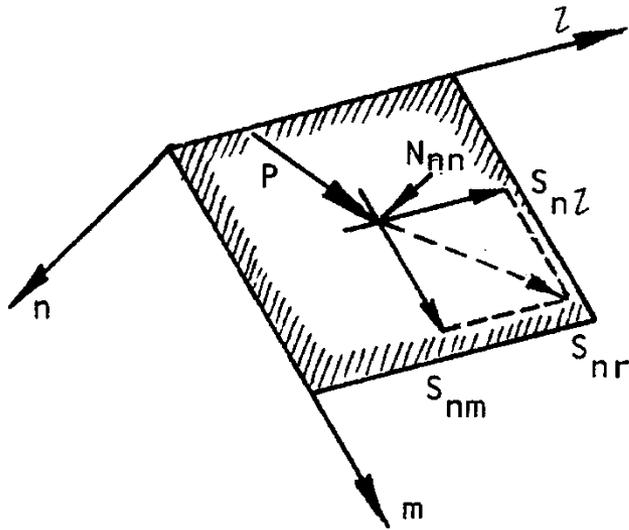


Tensione





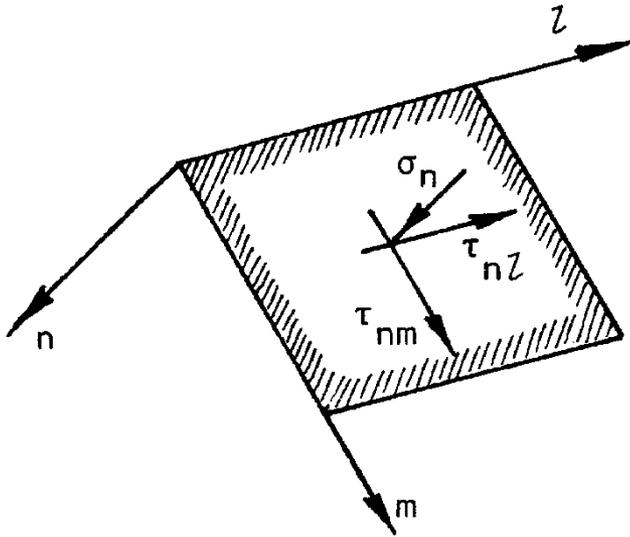
Applicando uno sforzo (stress – carico - pressione) crescente al mattone questo, superata una certa soglia di carico (sforzo – stress - pressione) applicato, si rompe



Scomposizione di una forza P
in una componente normale N
e 2 componenti tangenziali S

Nel caso delle componenti normali gli indici indicano la direzione parallela agli assi di riferimento

Nel caso delle componenti tangenziali il primo indice indica il piano di giacitura (nel nostro caso il piano è perpendicolare alla direzione n); il secondo indice individua la direzione del vettore

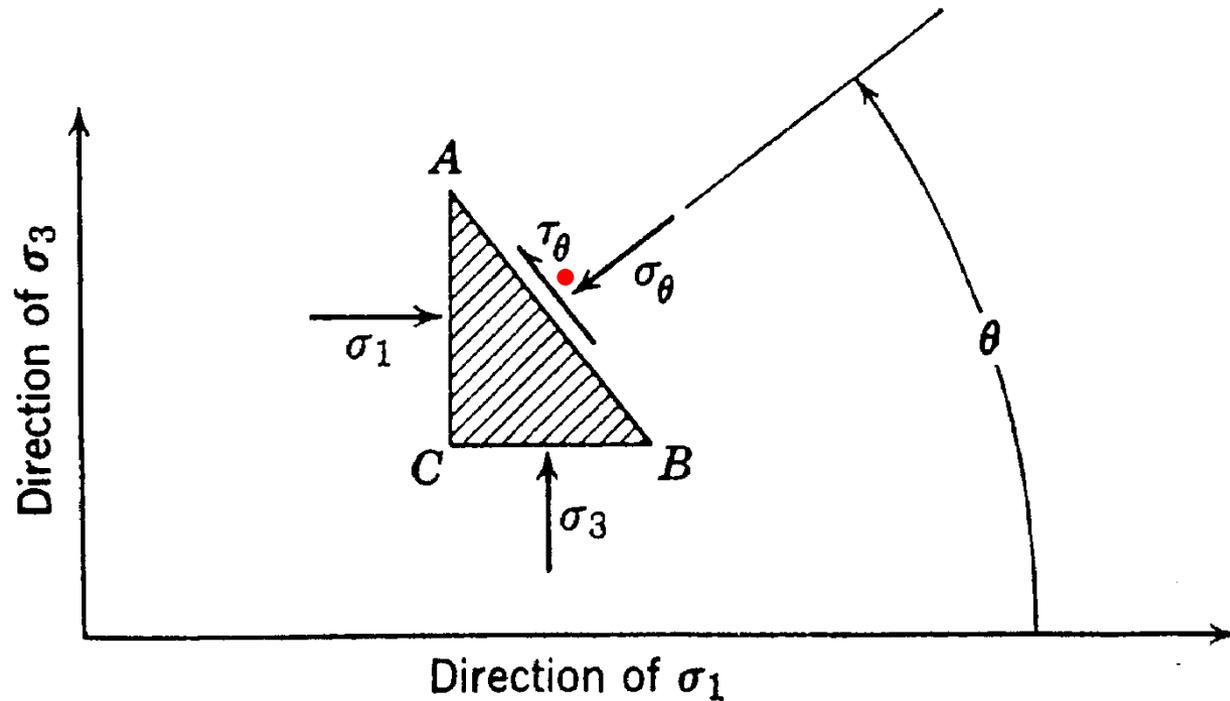


Si definisce sforzo, stress, tensione, pressione, carico, la grandezza ottenuta dal rapporto tra la forza e la superficie su cui la forza agisce.

L'unità di misura dello stress è il Pascal = N/m²

$$\sigma_n = \frac{N_{nn}}{A} \quad \tau_{nm} = \frac{S_{nm}}{A} \quad \tau_{nl} = \frac{S_{nl}}{A}$$

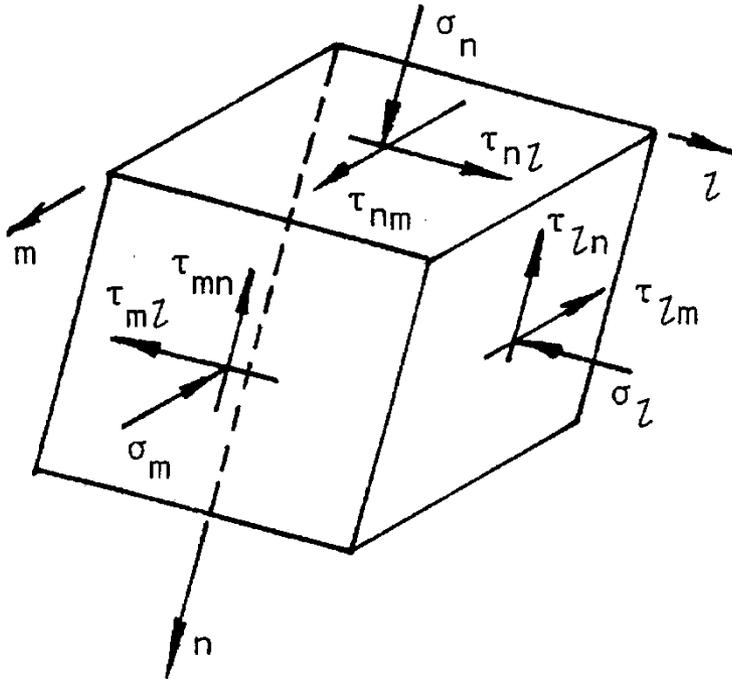
Lo sforzo quindi non è altro che la forza che agisce sull'unità di superficie



σ è positivo quando è di compressione, cioè diretto verso l'interno del corpo.

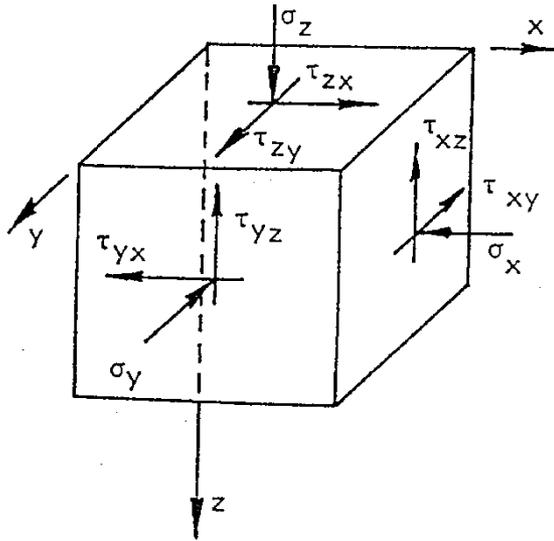
τ è positivo quando provoca una rotazione oraria intorno ad un punto sopra al piano su cui agisce

Definizione di stato tensionale (stato di sollecitazione) in un punto



Consideriamo un elemento infinitamente piccolo all'interno di un materiale, avente la forma di un cubo.

Sul cubo agiscono 18 sforzi (3 per ogni faccia)



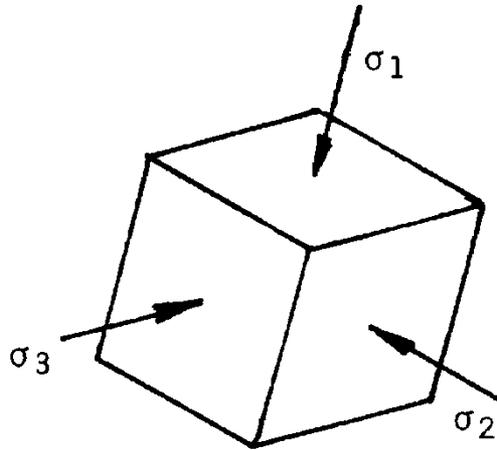
Per l'equilibrio alla traslazione gli sforzi incogniti diventano 9 in quanto, se l'elemento di terreno è fermo, gli sforzi che si trovano nelle 3 facce nascoste del cubo sono uguali e contrari a quelli presenti sulle facce visibili.

Per l'equilibrio alla rotazione gli sforzi incogniti diventano 6 in quanto:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

Ne deriva che, per conoscere completamente lo stato tensionale in un punto, è necessario conoscere le 6 componenti dello sforzo

$$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}$$



$$\tau_{12} = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$$

Principal element

È possibile dimostrare matematicamente che, qualunque sia lo stato tensionale in un punto, esistono sempre 3 piani, mutuamente ortogonali, sui quali agiscono solo sforzi normali, e non sforzi tangenziali.

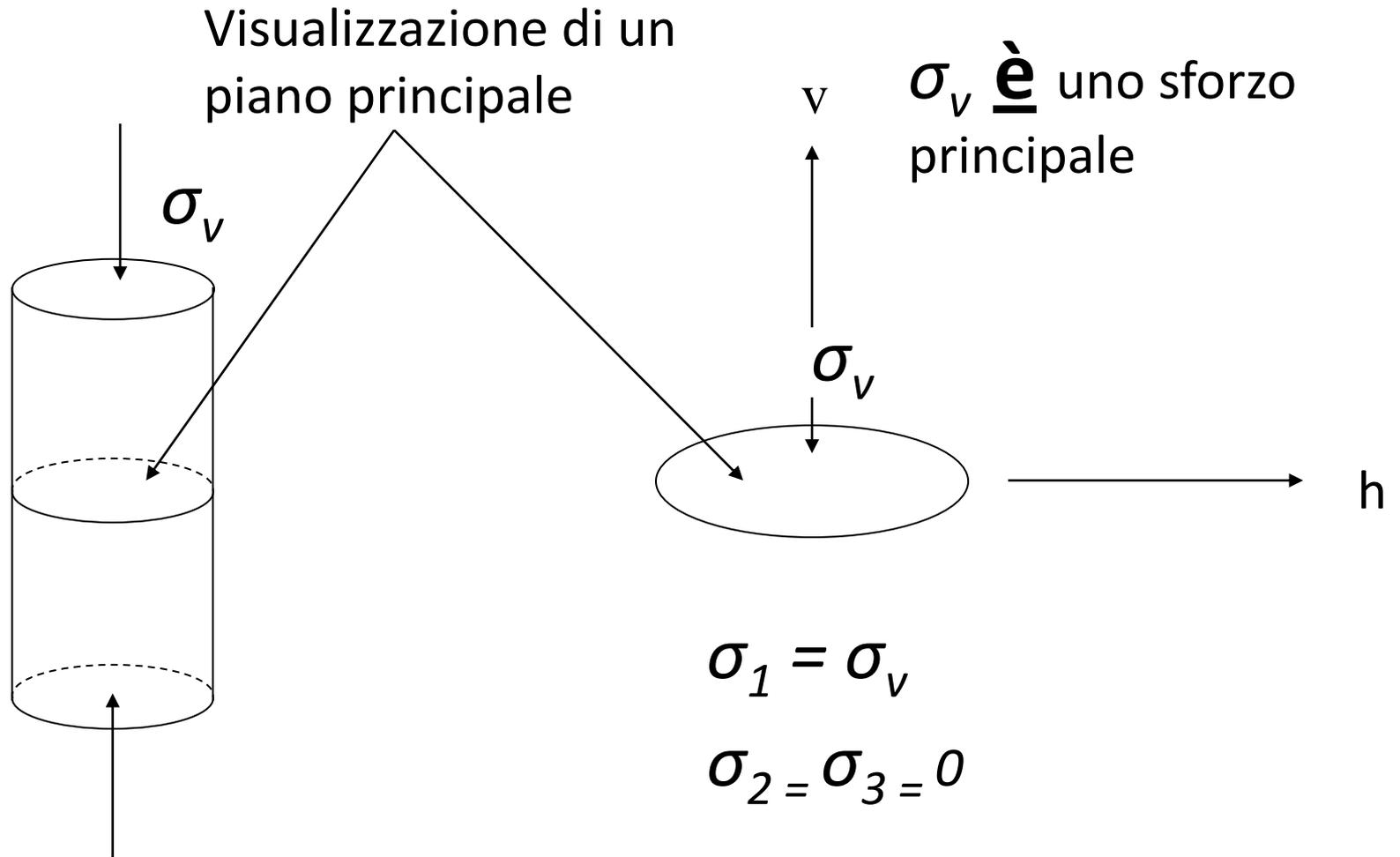
Tali piani vengono definiti piani principali e gli sforzi sono definiti sforzi principali.

Gli sforzi principali generalmente vengono indicati con le sigle

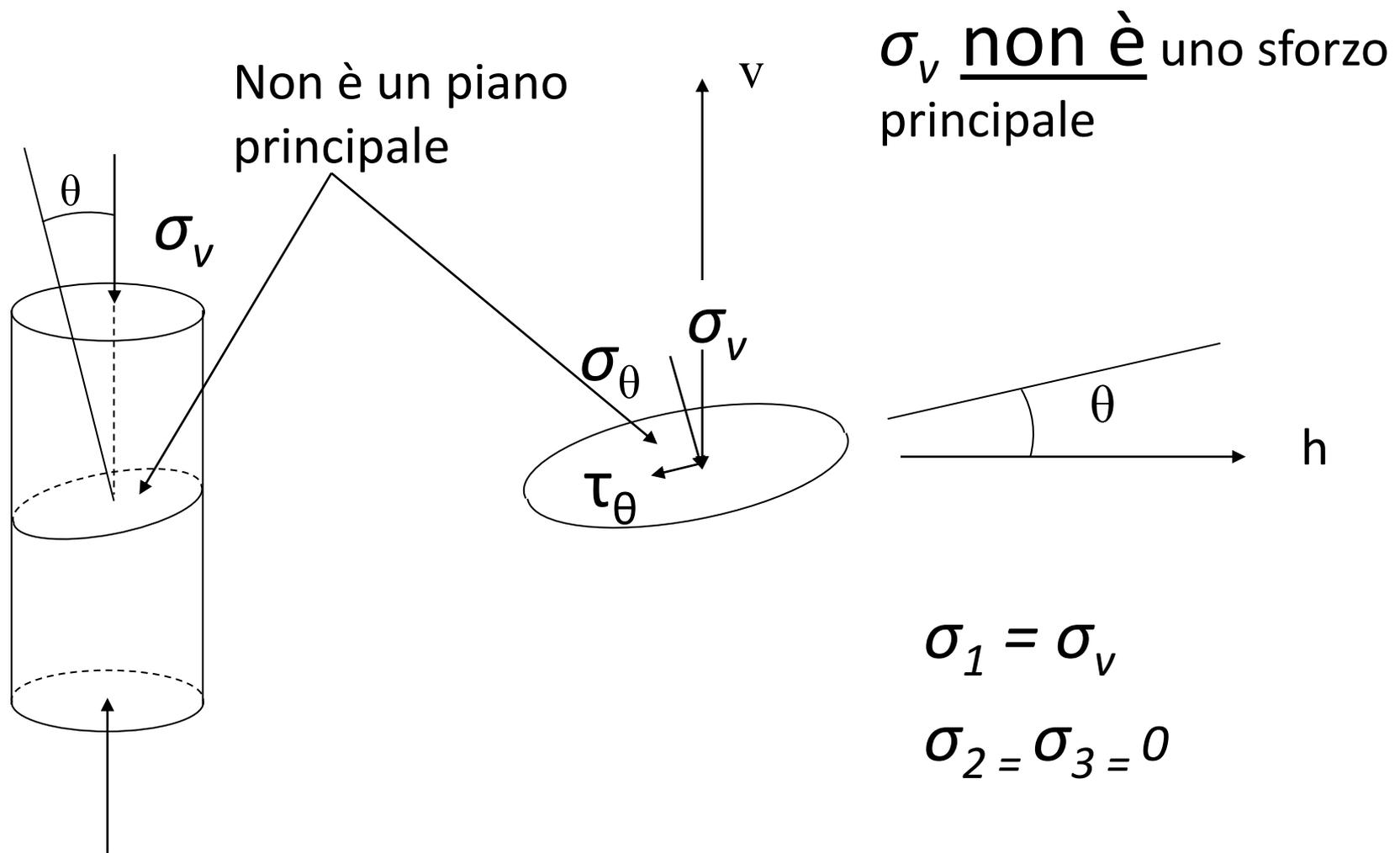
σ_1 , σ_2 e σ_3

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ \Rightarrow Sforzo di tipo idrostatico

$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ \Rightarrow Sforzo di tipo deviatorico

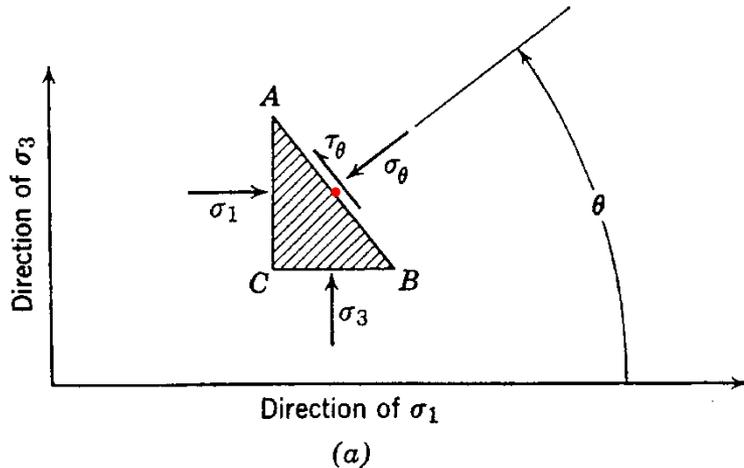


In queste condizioni sul piano orizzontale esiste solo uno sforzo di compressione



In questa situazione la parte superiore del provino tende a scivolare su quella inferiore lungo il piano inclinato di un angolo θ in quanto su tale piano esiste uno sforzo di taglio che provoca lo scivolamento

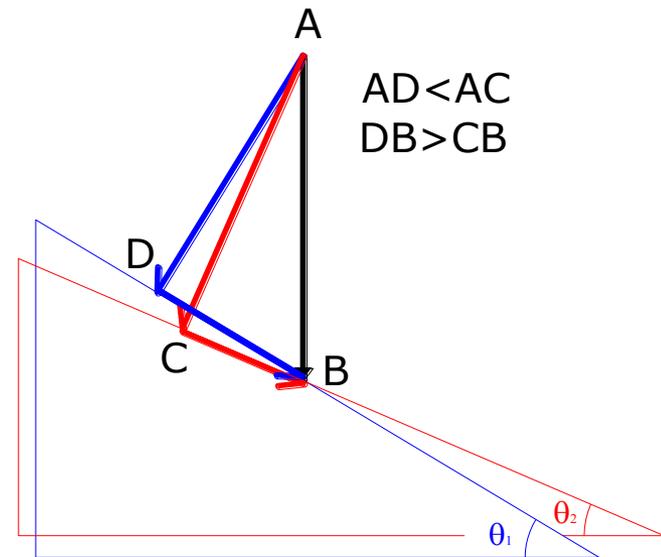
Analisi bi-dimensionale dello stato tensionale in un punto*



* nell'analisi bidimensionale degli stati tensionali non si considera lo stress σ_2 in quanto intermedio tra σ_1 e σ_3

Mantenendo costanti gli sforzi principali, al variare dell'angolo θ , variano anche gli sforzi che agiscono sul piano AB

Dati gli sforzi principali σ_1 e σ_3 come da figura, sul piano AB passante per il punto di interesse e la cui normale è inclinata di un angolo θ rispetto alla direzione di azione di σ_1 , agiscono gli sforzi σ_θ e τ_θ



REGOLA GENERALE

Conoscendo gli sforzi principali in un punto, è sempre possibile ricavare gli sforzi che agiscono su un qualunque piano passante per quel punto

$$\sigma_{\theta} = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\theta$$

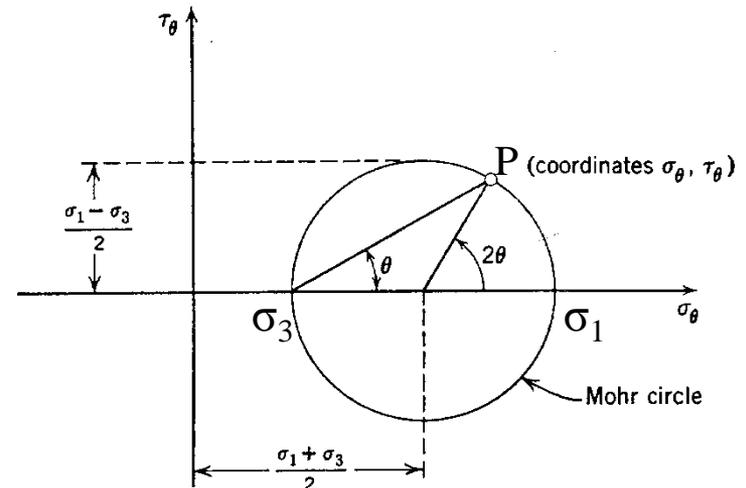
$$\tau_{\theta} = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\theta$$

Queste formule, che derivano dalla statica, descrivono un cerchio avente come centro il punto di coordinate

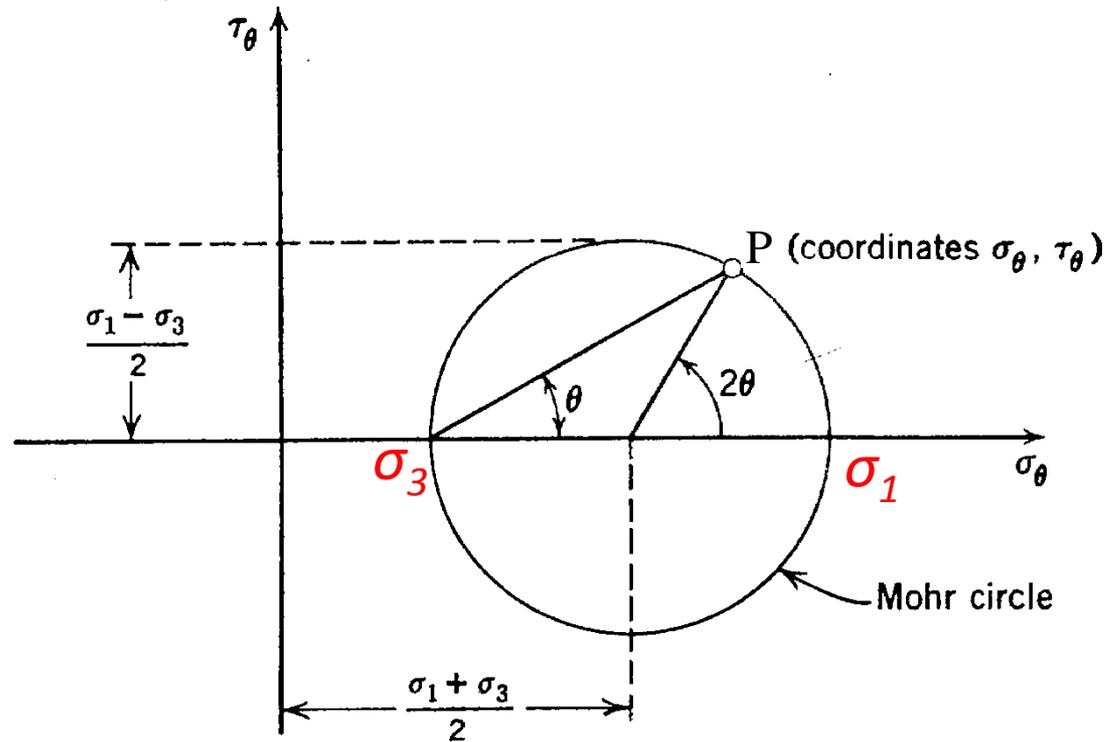
$$\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, 0 \right)$$

e raggio la quantità

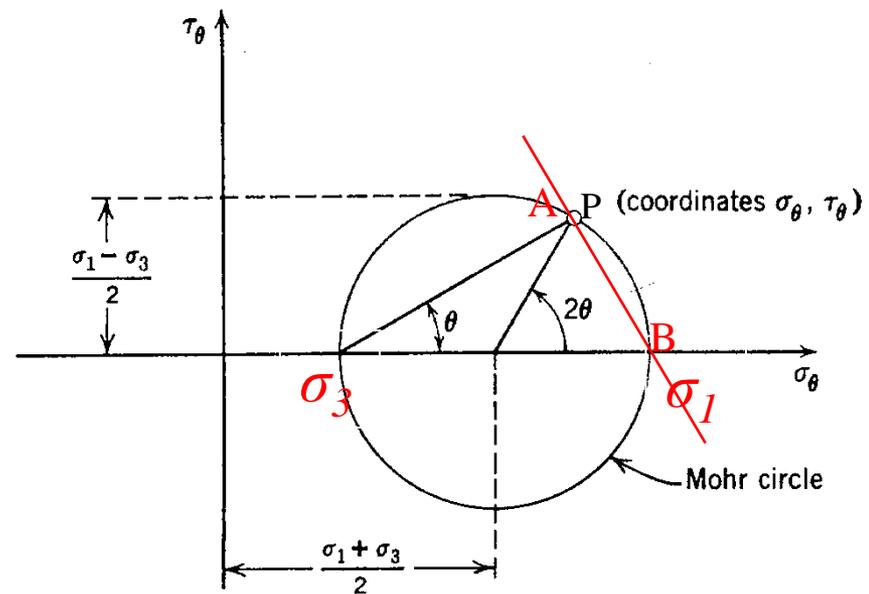
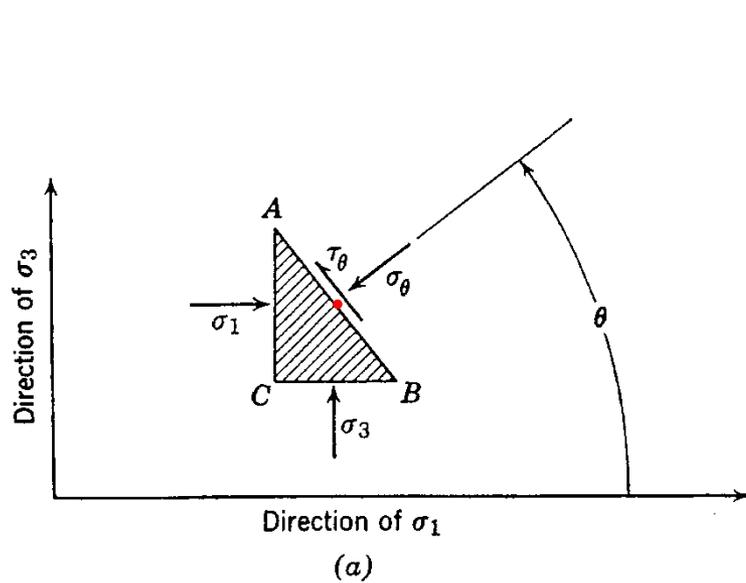
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$



Cerchio di Mohr



È un metodo grafico che consente di avere i valori degli sforzi che agiscono in un punto, al variare dell'orientazione del piano considerato passante per quel punto.



Ogni punto P della circonferenza ha coordinate $(\sigma_\theta, \tau_\theta)$ il cui valore è uguale all'intensità dei 2 sforzi che agiscono su un piano la cui normale forma un angolo θ con la direzione in cui agisce lo sforzo principale maggiore

Natura degli sforzi all'interno del terreno

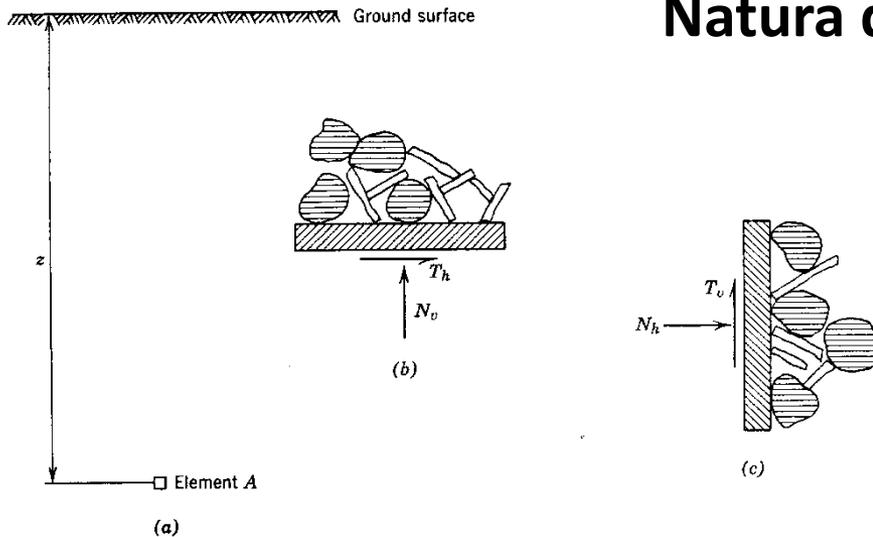


Fig. 8.1 Sketches for definition of stress. (a) Soil profile. (b) and (c) Forces at element A.

$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2}$$

$$\sigma_h = \frac{N_h}{a^2}$$

$$\tau_v = \frac{T_v}{a^2}$$

$$\tau_h = \frac{T_h}{a^2}$$

Se l'elemento A, un cubo infinitamente piccolo con facce di lato a , che si trova ad una profondità z all'interno del terreno, fosse uno strumento per la misura degli sforzi, quello che misurerebbe sulle facce orizzontali e sulle facce verticali sarebbe quello che si vede nella figura.

N_v e N_h sono le forze normali verticale e orizzontale

T_v e T_h sono le forze tangenziali, o di taglio, nelle direzioni verticale e orizzontale

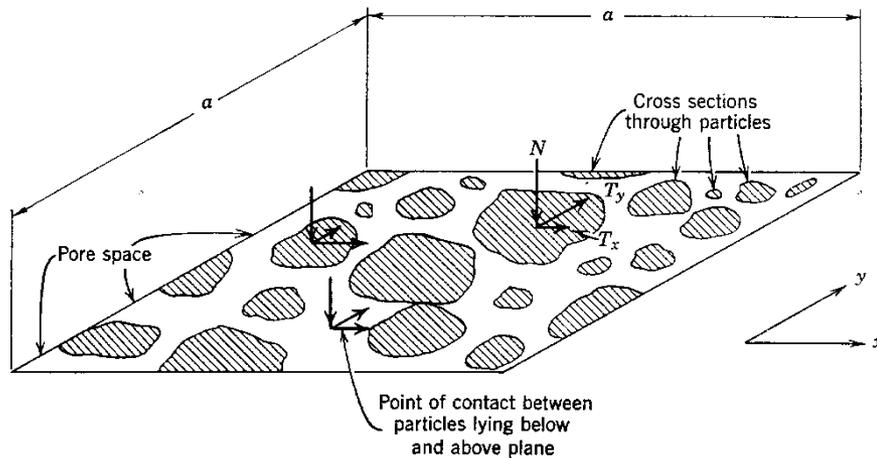


Fig. 8.2 Definition of stress in a particulate system.

Le forze N_v , N_h , T_v e T_h sono trasmesse interamente attraverso lo scheletro minerale, a meno che l'acqua all'interno dei pori non sia in pressione. In particolare la trasmissione avverrà nei punti di contatto tra le particelle.

Di conseguenza la forza N complessiva e la forza T complessiva saranno date dalla somma di tutte le forze N e di tutte le forze T che si sviluppano nei punti di contatto tra le particelle.

Se immaginiamo che la superficie di area a^2 passi per i punti di contatto, allora gli sforzi che agiscono su tale superficie saranno dati da:

$$\sigma = \frac{\sum N}{a \times a} \quad \tau_x = \frac{\sum T_x}{a \times a} \quad \tau_y = \frac{\sum T_y}{a \times a}$$

Quanto detto vale per una superficie continua di area a^2 .

In realtà l'area equivalente alla sommatoria dei punti di contatto sarà molto più piccola, dell'ordine dell'1% dell'area complessiva. Di conseguenza, a livello particellare, gli sforzi che agiscono nei punti di contatto sono molto grandi tanto che possono portare a rottura le particelle stesse.

Data l'impossibilità di conoscere quanto avviene nei punti di contatto tra particelle, si considera il terreno come un mezzo continuo e si applicano quindi i principi della meccanica del continuo.

Deformazioni

Natura delle deformazioni in una terra

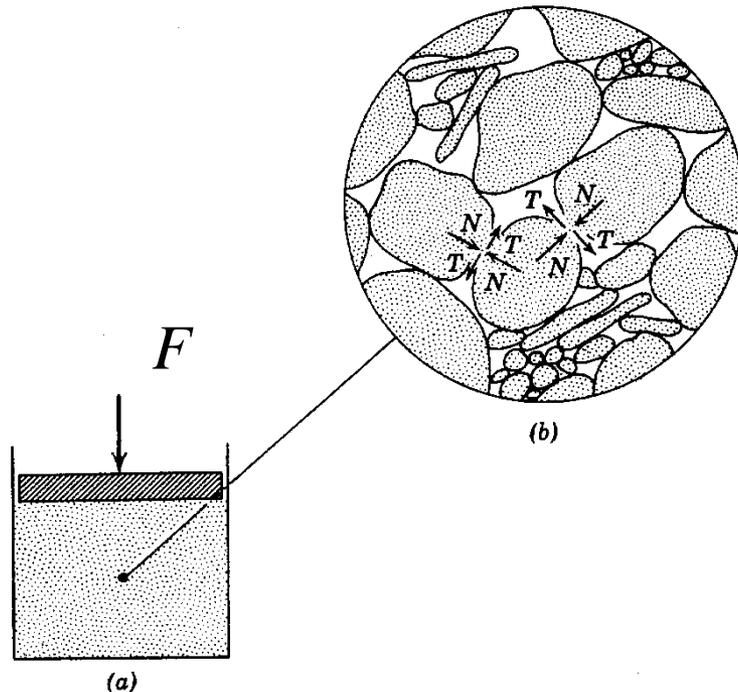


Fig. 2.1 Schematic representation of force transmission through soil. (a) Cross section through box filled with soil. (b) Enlargement through portion of cross section showing forces at two of the contact points.

Lo forza di compressione complessiva (a) si trasmette tra le particelle nei punti di contatto.

Sul piano passante per il punto di contatto tra 2 particelle e tangente alle particelle stesse si sviluppano le componenti normale e tangenziale della forza complessiva F (b).

La componente N tende a tenere unite le particelle, mentre la componente T tende a farle muovere l'una rispetto all'altra.

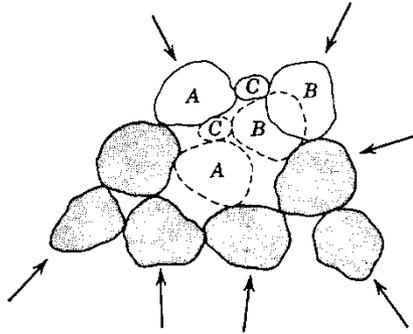
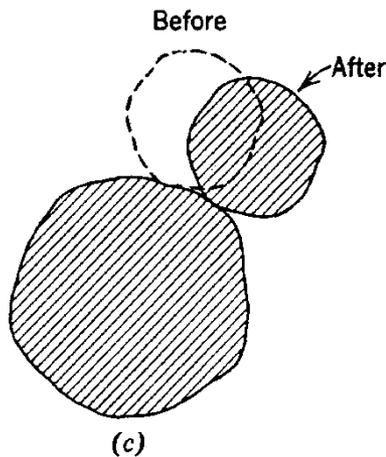
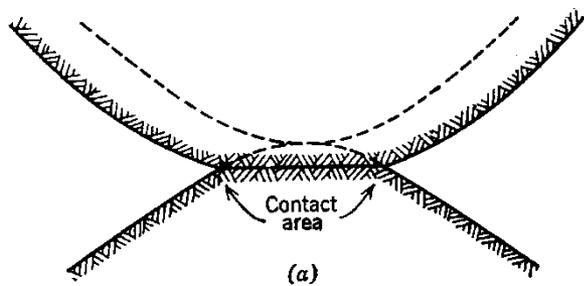


Fig. 10.2 Collapse of an unstable array of particles.

A livello dell'intero aggregato granulare la prima conseguenza di una forza applicata come nella figura precedente è un collasso delle particelle che “cadono” andando a riempire gli spazi vuoti (addensamento della terra granulare)



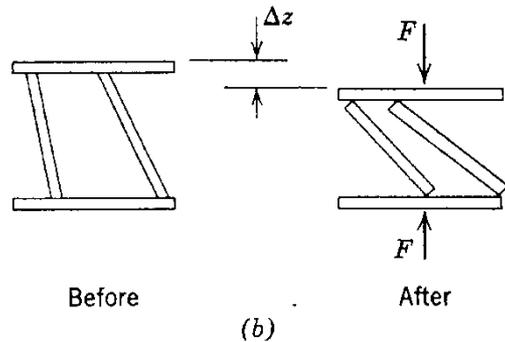
Esiste quindi un movimento relativo tra le particelle dovuto allo scivolamento di una particella sull'altra. Tale scivolamento è in assoluto il responsabile maggiore della deformazione complessiva del terreno sottoposto a sollecitazione.



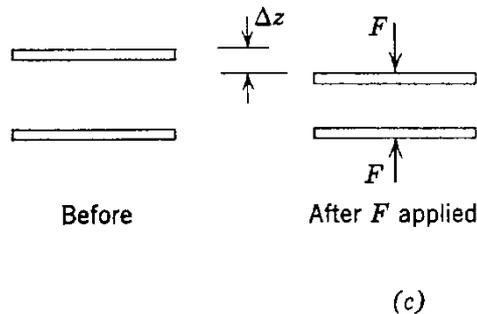
Nel caso di terreno granulare poi si ha una deformazione delle particelle stesse, a causa del grande stress che si sviluppa nei punti di contatto.

Se lo sforzo esistente è al di sotto di una certa soglia, che dipende dalla durezza del minerale di cui è composto il granulo, si hanno **deformazioni elastiche**, cioè deformazioni che rientrano quando lo sforzo viene a mancare.

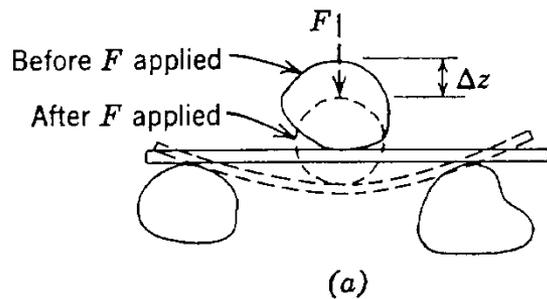
Al di sopra della soglia, si ha una **deformazione plastica**, cioè una deformazione permanente, anche in assenza dello sforzo che l'ha provocata. Tale deformazione può arrivare fino alla rottura del granulo stesso.



Se il terreno è argilloso la deformazione complessiva è dovuta ad una riorientazione delle particelle (b) o ad un avvicinamento delle particelle stesse (c).



In entrambi i casi, se la forza applicata è verticale (per esempio il peso stesso del terreno soprastante), si ottiene un abbassamento complessivo del terreno



Nel caso in cui il terreno sia misto, il tipo di deformazione complessiva sarà dato dalla sommatoria di quanto descritto per terreno granulare e per terreno argilloso, con in più il fenomeno descritto dalla figura a fianco.

Si tratta di una deformazione delle particelle lamellari, che si piegano in quanto più plastiche e quindi più deformabili dei granuli.

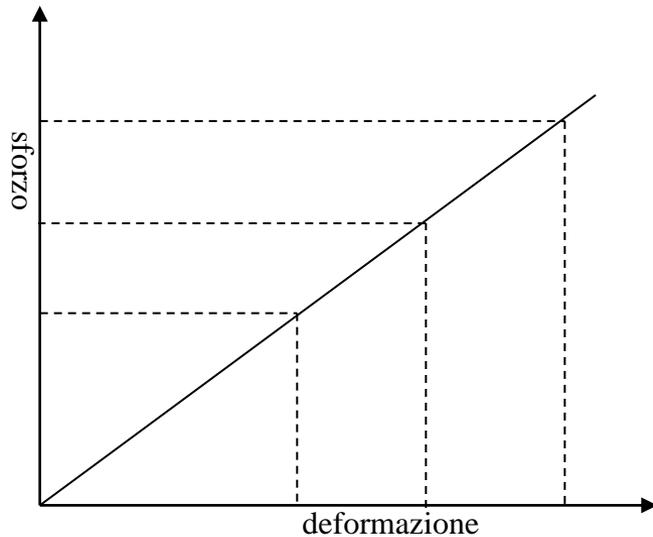
Come conseguenza finale dell'applicazione di uno sforzo ad un terreno si ottiene una diminuzione del suo volume.

Conseguenza della natura particellare delle terre sulla loro deformazione:

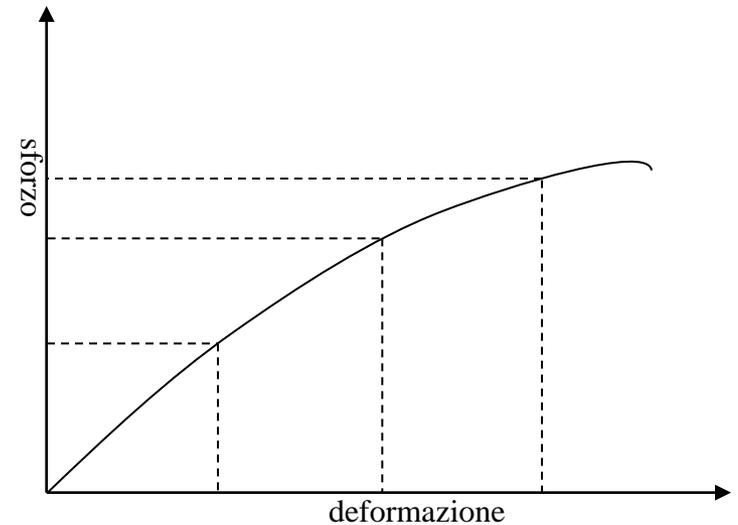
La deformazione di una terra è controllata dalle interazioni tra le particelle individuali, in modo particolare dallo scivolamento tra le particelle.

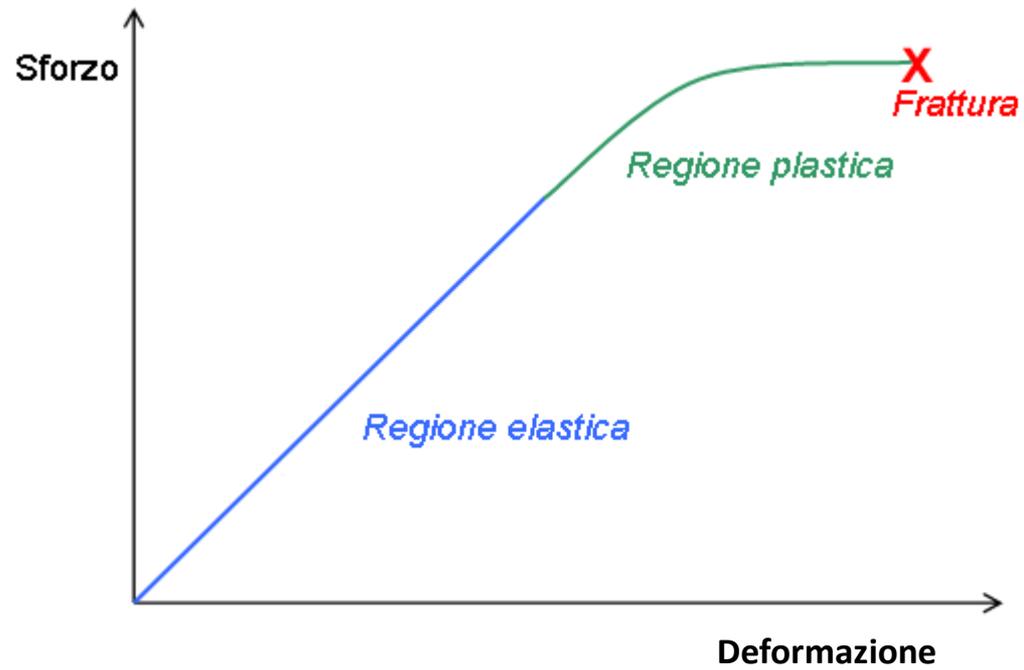
Poiché lo scivolamento è una deformazione non lineare e irreversibile, risulta evidente che il comportamento sforzo – deformazione (stress – strain) di una terra sia fortemente non lineare e irreversibile

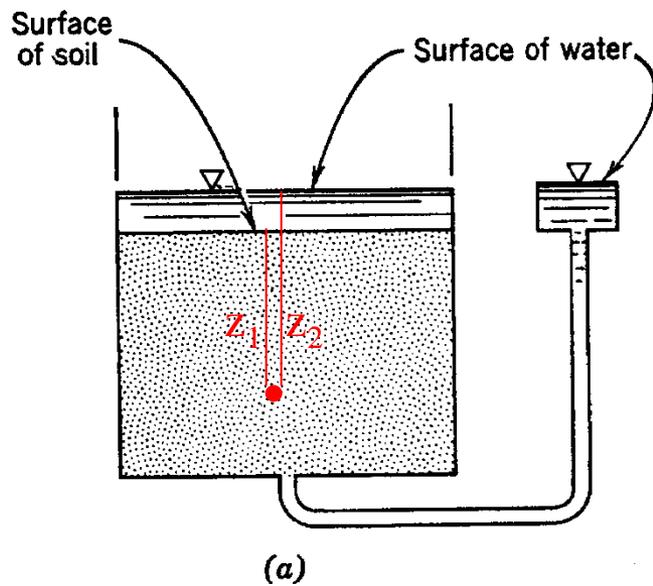
Deformazione elastica:
lineare e reversibile



Deformazione plastica:
non lineare e irreversibile







Principio degli sforzi efficaci

Consideriamo una terra i cui pori siano completamente riempiti di acqua: la terra è satura.

Nel caso sperimentale in cui non ci sia flusso, l'unico sforzo che agisce tra le particelle è quello dovuto al peso dello scheletro minerale (z_1) e dell'acqua (z_2) che si trovano al di sopra dell'elemento di terreno considerato.

In modo particolare la pressione a cui è sottoposta l'acqua nei pori in ogni punto è data dal peso specifico dell'acqua stessa moltiplicata per la profondità a cui si trova il punto considerato:

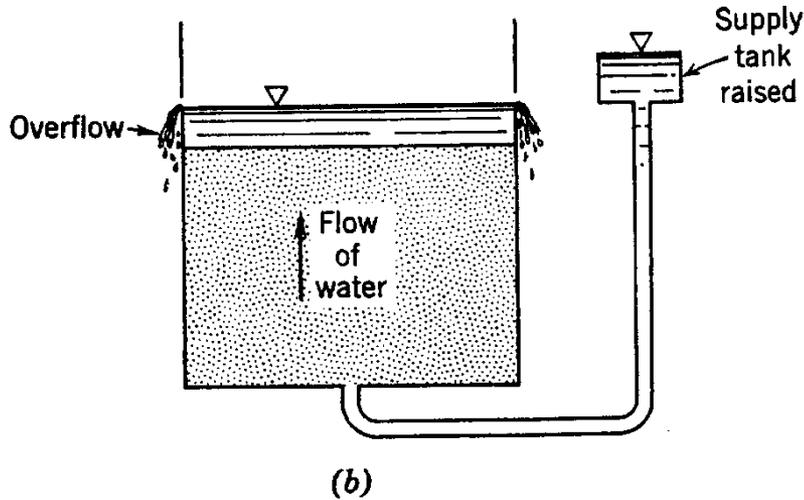
Pressione di tipo idrostatico

Pressione idrostatica, u_0 ($F L^{-2}$): pressione in un liquido in condizioni statiche; prodotto del peso specifico del liquido e della differenza di elevazione tra un dato punto e la superficie piezometrica.

$$u_0 = \gamma_w \cdot z = \frac{W_w}{V_w} \cdot z$$



La pressione idrostatica è la pressione esercitata da un liquido in tutte le direzioni sulle pareti del recipiente che lo contiene. Tale pressione varia con il variare dell'altezza della colonna di liquido: nel punto più basso del recipiente la pressione è maggiore perché è più alta la colonna di liquido, in un punto più alto la pressione sarà minore

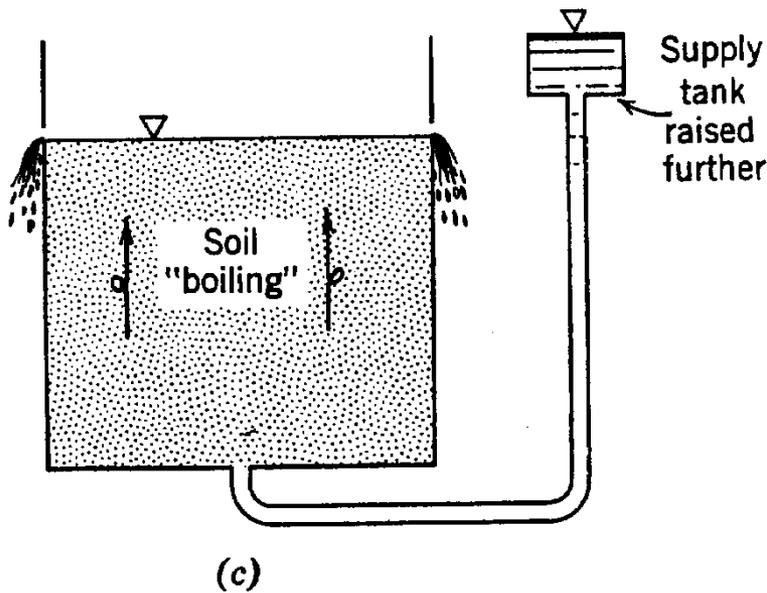


Consideriamo il caso in cui ci sia un flusso d'acqua verso l'alto.

Nel caso in cui la velocità del flusso sia basso in relazione alla permeabilità della terra, l'acqua fluirà, senza interagire con lo scheletro minerale.

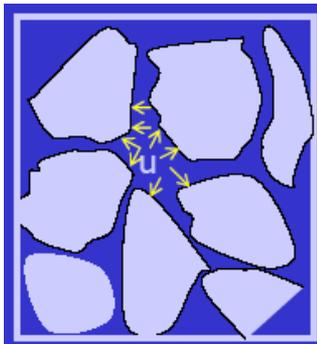
Vale la legge di Darcy.

L'acqua nei pori non entrerà in pressione e le superfici di contatto tra le particelle resteranno inalterate, così come gli sforzi agenti tra le particelle.



Se la velocità del flusso supera la capacità dei pori di smaltirla, cioè è superiore alla permeabilità della terra, allora l'acqua nei pori entra in pressione, spinge le particelle lateralmente, provocando un allargamento dei pori.

La conseguenza di questo è che le superfici di contatto tra le particelle diminuiscono perché la spinta dell'acqua u è diretta perpendicolarmente alla superficie di contatto, ma con verso opposto rispetto alla componente normale N dello sforzo.



Nel caso in cui la spinta dell'acqua sia sufficientemente alta, le particelle non saranno più in contatto e il terreno si comporterà come un fluido.

Il **principio degli sforzi efficaci** dice che lo sforzo totale in un punto è dato dallo sforzo dovuto al peso dello scheletro minerale e dell'acqua + lo sforzo dovuto alla pressione dell'acqua.

$$\sigma = \sigma' + u$$

Di conseguenza, in un terreno saturo, i cui spazi interstiziali siano riempiti completamente d'acqua, agisce nello scheletro solido una **tensione (sforzo) efficace** σ' data da:

$$\sigma' = \sigma - u$$

dove σ è la tensione totale agente ortogonalmente a qualsiasi piano passante per un generico punto, e u è la pressione dell'acqua nel medesimo punto

In un terreno asciutto, o in un terreno saturo in cui l'acqua fluisce con una velocità inferiore alla conducibilità idraulica del terreno, la pressione u è nulla e lo sforzo totale è uguale allo sforzo efficace.

La denominazione “sforzi efficaci” è dovuta al fatto che sia la resistenza che la deformabilità delle rocce sature sono governate da σ' e non da σ .

Poiché u_0 non ha influenza sulle caratteristiche intrinseche del materiale essa viene anche detta **pressione neutra**.

Conseguenza della natura particellare del suolo

L'acqua può fluire attraverso una terra e così interagire con lo scheletro minerale, alterando il valore delle forze nei punti di contatto tra le particelle e influenzando la comprimibilità e la resistenza al taglio della terra



I've gotta cut back on the caffeine



FunPile.com

kit Anti Stress

**COLPIRE QUI
CON LA TESTA**

Istruzioni:

- 1 Appendere questo kit sul muro o su una porta
- 2 Seguire le istruzioni all'interno del cerchio
- 3 Ripetere il punto 2 per il tempo necessario
- 4 In caso di perdita dei sensi fare una pausa

