

LOGICA

Un oggetto deve essere conservato all'interno di una teca a temperatura controllata entro un intervallo di temperatura fra  $18^{\circ}\text{C}$  e  $22^{\circ}\text{C}$ . Due indicatori luminosi uno Verde e uno Rosso indicano rispettivamente: temperatura compresa entro il limite desiderato; temperatura fuori limite (e oltre  $22^{\circ}\text{C}$  oppure al di sotto di  $18^{\circ}\text{C}$ ).

~~Es~~ Es) Determinare l'espressione algebrica delle due funzioni booleane che controllano le luci verde e Rosso.

o) Dare la relazione c'è fra le due funzioni.

Soluzione

- Chiamiamo le funzioni booleane ~~V~~ ~~R~~ ~~V~~ ~~R~~

$F_V \rightarrow \text{VERDE}$

$F_R \rightarrow \text{ROSSA}$

- Variabili booleane sono:

$$A = T > 22^{\circ}\text{C}$$

$$B = T < 18^{\circ}\text{C}$$

$$\bar{A} = T < 22^{\circ}\text{C}$$

$$\bar{B} = T > 18^{\circ}\text{C}$$

$$F_R = A \vee B$$

$$[ = (T > 22^{\circ}\text{C}) \vee (T < 18^{\circ}\text{C}) ]$$

$$F_V = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$[ = 18^{\circ}\text{C} < T < 22^{\circ}\text{C} ]$$

②

$F_R$  e  $F_V$  sono una la negata dell'altro:

Per De Morgan

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B} \quad \text{Negazione  
di una}$$

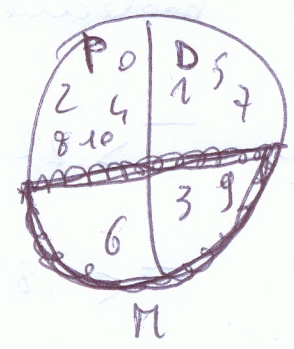
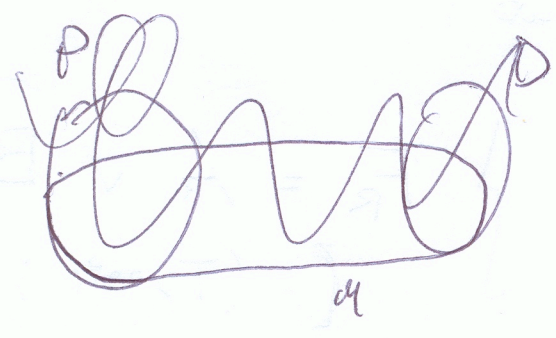
$$F_R = A \vee B = \overline{\overline{A \vee B}} = \overline{\overline{A} \wedge \overline{B}} = \overline{F_V}$$

— 0 —

### INSIEMI

- Siano :
- $P =$  insieme dei numeri pari positivi  $\leq 10$
  - $D =$  insieme dei numeri dispari  $< 10$
  - $M =$  insieme dei multipli di 3  $< 10$

Representare graficamente i 3 insiemi



# STUDIO DI FUNZIONE.

3

$$f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$$

1) Dominio : tutto  $\mathbb{R}$

2) Intersezione con gli assi :

$$f(x) = 0? \quad f(x) = \underbrace{e^{-x}}_{\text{sempre } > 0} (1 - e^{-2x})$$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \text{ quando } 1 - e^{-2x} = 0$$

$$\text{quando } e^{-2x} = 1$$

$$\Rightarrow \text{per } x=0 \quad e^{-2x} = 1 \Rightarrow$$

$$x=0 \quad f(x)=0$$

3)  $f(x) > 0$        $f(x) < 0$

$$e^{-x} - e^{-3x} > 0$$

$$e^{-x} > e^{-3x}$$

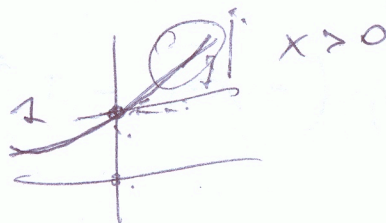
$$\frac{1}{e^x} > \frac{1}{e^{3x}}$$

$$e^{3x} > e^x \quad e^{2x} > 1$$

si cancella

fisso ma  $x < 0$

fisso ma  $x > 0$ .



4)

a) Asintoto

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} (1 - e^{-2x}) = 0$$

$\swarrow$   $\nearrow 0$   
 $\searrow$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} (1 - e^{-2x}) = -\infty$$

$\swarrow$   $\searrow$   
 $(+\infty) \cdot (-\infty)$

potrebbero esserci asintoti obliqui?

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} (1 - e^{-2x})}{x} = \frac{-\infty}{-\infty}$$

$$\frac{1}{1} \frac{-e^{-x} (1 - e^{-2x}) - 2e^{-3x}}{1}$$

non c'è limite  $\Rightarrow$  NO Asintoti obliqui.

$$= -e^{-x} + e^{-3x} - 2e^{-3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-e^{-x} - e^{-3x}) =$$

$$= -e^{-x} (1 - e^{-2x})$$

$$\begin{matrix} e^{\infty} \\ (-\infty) \cdot (-\infty) = +\infty \end{matrix}$$

$$f'(x) = -e^{-x} + 3e^{-3x}$$

$$= e^{-x} (3e^{-2x} - 1) = 0$$

semu  
 $> 0$

$$\rightarrow 3e^{-2x} - 1 = 0$$

$$e^{-2x} = \frac{1}{3}$$

~~$$2x = \ln \frac{1}{3} \quad e^{2x} = 3$$~~

~~$$x = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3} \quad 2x = \ln 3$$~~

$$x = \frac{\ln 3}{2}$$

$f'(x) = 0$  ru  $x = \frac{\ln 3}{2}$  MAX @ MIN?

Derivata II

$$f''(x) = e^{-x} - 9e^{-3x}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}$$

$$= \frac{1-3}{\sqrt{3}} < 0$$

$$f''\left(x = \frac{\ln 3}{2}\right) = e^{-\frac{\ln 3}{2}} - 9e^{-\frac{3}{2} \ln 3}$$

$$= e^{-\frac{\ln 3}{2}} - 9e^{-\frac{3}{2} \ln 3}$$

$$= 3^{-1/2} - 9 \cdot 3^{-3/2} = 3^{-1/2} - 3 \cdot 3^{-1/2} < 0$$

$$= 3^{-1/2} - 3 \cdot 3^{-3/2} = 3^{-1/2} - 3 \cdot 3^{-1/2} < 0$$

$$= 3^{-1/2} - 3 \cdot 3^{-1/2} < 0$$

② L'integralo della funzione  $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$ ,

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = \int_0^{\infty} e^{-x} - e^{-3x} dx =$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-x} dx - \int_0^{\infty} e^{-3x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{\infty} - \left( -\frac{1}{3} e^{-3x} \right) \Big|_0^{\infty}$$

$$= -e^{-x} + \frac{1}{3} e^{-3x} \Big|_0^{\infty} = 0 - \left( -1 + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

---

$$a^x = b$$

$$\log_a b = x$$

$$e^x = b$$

$$\ln b = x$$