

Matematica ed elementi di statistica
Corso di laurea in Scienze e tecnologie per i beni culturali - a.a. 2014-15
Esercizi 14: Calcolo combinatorio e probabilità

1. In un corso di laurea uno studente deve scegliere un esame fra 8 di matematica e un esame fra 5 di fisica. Determina quante scelte differenti può effettuare. [40]
2. Determina in quanti modi diversi si può chiudere un campionato di calcio al quale partecipano 12 squadre. [479001600]
3. Date le cifre 2, 3, 5, 7, determina quanti numeri di tre cifre diverse che comincino con 7 si possono formare. [6]
4. Date le cifre 2, 3, 5, 7, determina quanti numeri di tre cifre che comincino con 7 si possono formare. [16]
5. Determina in quanti modi si possono disporre su un tavolo 15 dischetti, sapendo che 7 di essi sono rossi, 5 sono neri e 3 sono bianchi. [360360]
6. Determina quanti numeri telefonici di 4 cifre differenti possono essere fatti con le 10 cifre presenti sull'apparecchio telefonico (sono ammessi anche i numeri che iniziano con 0). [5040]
7. In un ipotetico parlamento sono presenti 12 diversi partiti politici. Determina quanti governi formati da 7 partiti e quanti da 5 partiti potrebbero formare il presidente del consiglio. [792]
8. In un'urna sono state messe 5 palline, tutte colorate diversamente. Determina quante estrazioni differenti di 3 palline si possono fare. [10]
9. In un'urna sono state messe 5 palline, numerate da 1 a 5. Determina quanti numeri differenti si possono ottenere, estraendo 3 palline dall'urna e leggendo nell'ordine le 3 cifre. [60]
10. Nel gettare un dado non truccato, si calcoli la probabilità che si ottenga un numero pari, si ottenga un numero dispari, si ottenga un numero primo, si ottenga un numero maggiore di 4.
 $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}\right]$
11. Nel gettare due dadi no truccati, si supponga che i 36 risultati siano equiprobabili. Siano A l'evento di ottenere per somma 7, B l'evento di ottenere 2 numeri uguali e C l'evento di ottenere due 3. Calcolare $P(A)$, $P(\Omega \setminus A)$ e $P(B \cup C)$.

Soluzione.

$$P(A) = \frac{1}{6} \approx 16.67\%; P(\Omega \setminus A) = \frac{5}{6} \approx 83.33\%; P(B \cup C) = P(B) = \frac{1}{6} \approx 16.67\%$$

12. Qual è la probabilità di estrarre un asso oppure una figura da un mazzo di 40 carte non truccate? Qual è invece la probabilità di non estrarre una figura?

Soluzione.

$$P(A \cup B) = 40\%; P(\Omega \setminus B) = 70\%$$

13. Qual è la probabilità di estrarre una figura oppure una carta di fiori da un mazzo di 52 carte non truccate? Qual è invece la probabilità di estrarre una figura che non sia di fiori?

Soluzione.

$$P(A \cup B) = \frac{11}{26} \approx 42.31\%; P(A \setminus B) = \frac{9}{52} \approx 17.31\%$$

14. Un'urna contiene 3 palline gialle e 8 palline rosse tutte uguali. Si effettuano 2 estrazioni successive senza reintrodurre la pallina estratta nell'urna. Qual è la probabilità che la seconda pallina sia rossa? Qual è invece la probabilità di estrarre due palline gialle?

Soluzione.

$$P(2^{\circ} \text{ Rossa}) = \frac{8}{11}; P(GG) = \frac{3}{55}$$

15. Si lanciano contemporaneamente 3 dadi non truccati. Qual è la probabilità che almeno due di essi mostrino la stessa faccia?

Soluzione. Sia A l'evento che si verifica se almeno due dadi mostrano la stessa faccia, allora $(\Omega \setminus A)$ è l'evento che si verifica se i dadi mostrano tutte facce diverse.

$$P(A) = 1 - P(\Omega \setminus A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

16. Sia $\Omega = \{n \in \mathbb{N} / 1 \leq n \leq 240\}$. Consideriamo i seguenti eventi:

A: "il numero estratto è un multiplo di 3";

B: "il numero estratto è un multiplo di 4";

C: "il numero estratto è un multiplo di 6".

Gli eventi A e B sono indipendenti? Gli eventi B e C sono indipendenti? Motivare le risposte.

17. Supponendo lo spazio campione equiprobabile, calcolare la probabilità che una famiglia con due figli abbia:

a. Un maschio e una femmina; $\left[\frac{1}{2} \right]$

b. Un maschio e una femmina, sapendo che uno dei due figli è un maschio; $\left[\frac{2}{3} \right]$

c. Un maschio e una femmina, sapendo che il primogenito è un maschio. $\left[\frac{1}{2} \right]$

18. Si consideri l'esperimento del lancio di una moneta non truccata due volte. Qual è la probabilità che esca testa in entrambi i lanci se

a. Al primo lancio esce testa? $\left[\frac{1}{2} \right]$

b. Esce almeno una volta testa? $\left[\frac{1}{3} \right]$

19. Una scatola contiene 10 palline, 6 verdi (V) e 4 bianche (B) tali che: 4 palline verdi sono lisce e le altre 2 verdi sono ruvide (R); 1 pallina bianca è liscia e le altre 3 bianche sono ruvide. Supposto lo spazio campione equiprobabile ed estratta a caso una pallina, calcolare

$$P(B), P(V), P(R), P(V \cap R), P(B \cap R), P(B|R)$$

Soluzione.

$$P(B) = \frac{2}{5}, P(V) = \frac{3}{5}, P(R) = \frac{1}{2}, P(V \cap R) = \frac{1}{5}, P(B \cap R) = \frac{3}{10}, P(B|R) = \frac{3}{5}$$

20. Si lancia 3 volte un dado non truccato. Qual è la probabilità di ottenere esattamente due numeri pari?

Soluzione. $P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$

21. Un sacchetto contiene 8 palline rosse (R) e 5 palline gialle (G). Si effettuano 3 estrazioni successive senza reimbussolamento. Qual è la probabilità che la prima e la terza pallina estratta siano entrambe rosse? Qual è la probabilità che tutte le tre palline siano rosse?

Soluzione.

$$P(RRR \cup RGR) \approx 0.359; P(RRR) \approx 0.196$$

22. Una cassa contiene 180 mele identiche di cui 12 bacate e 38 acerbe. Qual è la probabilità di estrarre una mela buona se:

- Non ci sono mele acerbe e bacate
- Ci sono 4 mele acerbe e bacate.

Soluzione.

A : mele bacate. B : mele acerbe. $A \cup B$: mele bacate o acerbe. $\Omega \setminus (A \cup B)$: mela buona.

a. $A \cap B = \emptyset$. A, B incompatibili. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{12}{180} + \frac{38}{180} = \frac{5}{18}$, quindi $P(\Omega \setminus (A \cup B)) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$

b. $\#(A \cap B) = 4$. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{12}{180} + \frac{38}{180} - \frac{4}{180} = \frac{46}{180}$, quindi $P(\Omega \setminus (A \cup B)) = 1 - \frac{46}{180} = \frac{134}{180} = \frac{67}{90}$

23. In una classe il 40% dei ragazzi è figlio unico. Possiede lo scooter il 20% dei ragazzi che sono figli unici e il 50% dei ragazzi che non sono figli unici. Scelto a caso un ragazzo, calcolare la probabilità che abbia il motorino. [0.38]

24. Un'impresa intende pubblicizzare un suo prodotto in tre piazze diverse, distribuendo campioni omaggio. Nella prima piazza distribuisce 5000 campioni, nella seconda 15.000 e nella terza 20.000. Nella prima piazza il prodotto ha la probabilità dell'80% di essere apprezzato, nella seconda il 50% e nella terza il 20%. Calcola la probabilità che il prodotto sia nel complesso apprezzato. $\left[\frac{31}{80}\right]$

25. Sono assegnate tre urne. La prima contiene 2 palline bianche e 3 rosse, la seconda 5 bianche e 3 rosse e la terza 4 bianche e 2 rosse. Scelta a caso un'urna, viene estratta una pallina bianca. Calcola la probabilità che la pallina estratta provenga dalla seconda urna. $\left[\frac{75}{203}\right]$

26. In un gruppo di 30 persone 20 sono donne. Sono 15 le donne che conoscono la lingua inglese mentre solo 4 degli uomini conoscono la lingua inglese. Calcola la probabilità che scelta a caso una persona che conosca la lingua inglese, essa sia uomo. $\left[\frac{4}{19}\right]$