Matematica ed elementi di statistica
Corso di laurea in Scienze e tecnologie per i beni culturali - a.a. 2014-15
Esercizi 7: Funzioni continue e studio parziale di funzioni

1. Determinare le costanti a, b in modo che
$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+2}{x-1}+ax+b\right)=-2$$
2. La funzione
$$f(x)=\begin{cases}(x+1)^2, & x\le 0\\ \sqrt{x}, & x>0\end{cases}$$
è continua nel punto $x=0$?
3. Utilizzando il teorema di esistenza degli zeri, mostrare che esistono soluzioni delle seguenti equazioni:
   a) $x^5-3x+4=0$ in $[-2,-1]$
   b) $\ln(x^2-9)-5x+100=0$ in $[20,\ 25]$
   c) $x^3+x^2-4=0$ in $[1,\ 2]$
   d) $\log(x-5)+x-7=0$ in $[6,\ 7]$
4. Data la funzione
$$f(x)=\begin{cases}x^2+2, & x<0\\ a\ln(x+2)+b, & 0\le x<10\\ 15, & x\ge 10\end{cases}$$
trovare per quali valori di a, b è continua.
5. Determinare, se è possibile, il massimo e minimo assoluto delle seguenti funzioni nell'intervallo a fianco indicato:
   a) $f(x)=e^{\frac{x^3}{\sqrt{x^2-4}}}$ $[0,1]$
   b) $f(x)=\sin x$ $\left[\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}\right]$
   c) $f(x)=\sqrt{x+3}$ $[0,1]$
6. Determinare il dominio, le eventuali intersezioni con gli assi, il segno e gli eventuali asintoti delle seguenti funzioni (gli asintoti delle funzioni sono specificati nelle varie soluzioni):
   a) $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$ [Asintoti verticali: x=2; x= -2; asintoto orizzontale: y=0]
   b) $f(x)=\frac{3x^2+7}{x^2-5x+6}$ [Asintoti verticali: x=2; x= 3; asintoto orizzontale: y=3]
   c) $f(x)=\frac{x^2-4x}{1-x}$ [Asintoto verticale: x=1; asintoto obliquo: y= -x+ 3]
   d) $f(x)=\frac{x^2-5x+4}{x-5}$ [Asintoto verticale: x=5; asintoto obliquo: y=x]
   e) $f(x)=\frac{2x^2-2x+3}{x+2}$ [Asintoto verticale: x= -2; asintoto obliquo: y=2x- 6]

f) $f(x) = \frac{4x^2-8x-5}{3x+6}$ [Asintoto verticale: x= -2; asintoto obliquo: $y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$]

g) $f(x) = x \cdot e^{-x}$ [Asintoto orizzontale: y=0 per $x \to +\infty$]

h) $f(x) = e^{\frac{x+1}{2x-2}}$ [Asintoto verticale destro: x=1; asintoto orizzontale: $y = \sqrt{e}$]

i) $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 2x}$ [Asintoto orizzontale: y=1 per $x \to +\infty$; asintoto obliquo $y = 2x - 1$ per $x \to -\infty$;]

j) $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 - 4}$ [Asintoti obliqui: $y = x$ per $x \to +\infty$; $y = 3x$ per $x \to -\infty$]