

# GEOMETRIA PER FISICA - 09-09-2016

1) Sia  $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -2 & h & 0 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $h \in \mathbb{R}$

[9]

- i) Verificare che  $A$  è invertibile per  $h=1$  e per tale valore calcolare  $A^{-1}$ .
- ii) Si ponga  $h=0$ : a) la matrice è diagonalizzabile? Se sì diagonalizzarla;  
b) determinare nucleo ed immagine dell'applicazione lineare associata ad  $A$  in basi canoniche, fornendone equazioni e basi.

2) Si consideri il sistema lineare 
$$\begin{cases} y+z = -1 \\ 3x+4y+5z = 2 \\ 6x+7y+\lambda z = 5 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

[7]

- i) Discutere tale sistema al variare di  $\lambda$ ;
- ii) risolvere il sistema per  $\lambda=0$ .

3) Sia  $V = \left\{ (x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : \begin{cases} x+y+z+w = 0 \\ x-y+z-w = 0 \end{cases} \right\}$

[8]

- i) dire se  $V$  è sottospazio vettoriale e perché;
- ii) Determinare basi ortonormali per  $V$  e  $V^\perp$
- iii) Determinare la proiezione ortogonale su  $V$  del vettore  $v = (1, 1, 1, 0)$

4) Consideriamo i seguenti punti dello spazio:

[8]  $A = (1, 0, -2)$ ;  $B = (1, 2, -1)$ ;  $C = (-1, 1, 0)$ ;  $D = (-3, 2, 1)$

- i) determinare la retta perpendicolare per  $D$  e perpendicolare al piano passante per  $A, B, C$ ;
- ii) determinare l'equazione del piano passante per  $C$  e  $D$  e parallelo alla retta  $AB$ .