PROVA SCRITTA DI

GEOMETRIA PER FISICA - 03-02-2017

1) Sia data la matrice $A = \begin{pmatrix} s & 1 & 0 \\ 1 & s & 1 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix}$, s parametro reale

[6] Determinare

i) il rango al variare di s

ii) A^{-1} per un opportuno valore del parametro, a vostra scelta

2) Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i sottospazi

[9] $$\mathcal{L} = \left\{ (x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 \text{ tali che } \begin{cases} x - 2z = 0 \\ 2y = 0 \end{cases} \right\}$$

$$\mathcal{H} = \langle\langle (0,2,1,-1)^T, (1,-2,1,1)^T, (1,2,3,-1)^T, (1,2,7,1)^T \rangle\rangle$$

determinare:

i) dimensione, base, equazione sia di $\mathcal{L}$ che di $\mathcal{H}$

ii) dimensione e base di $\mathcal{L} + \mathcal{H}$.

3) Sia $T_h : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ l'operatore così definito

[10] $$T_h(x,y,z) = (x + hy + z,\ 2x - y + 5z,\ -x + y + hz)$$

i) Determinare i valori del parametro reale h per cui T è un isomorfismo

ii) Determinare basi ed equazioni del Nucleo di T e dell'Immagine di T per ogni valore del parametro h

iii) Posto $h = -1$, dire, motivandolo, se T_{-1} è diagonalizzabile

4) Risolvere, se possibile, il seguente sistema lineare

[8] $$\begin{cases} -2x + y = 1 \\ x + 2y + 2z = 0 \\ -3x - y - 2z = 1 \end{cases}$$

Determinare e disegnare lo spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato.