I Prova Parziale di GEOMETRIA
FISICA --- 17-01-2017

1) Si consideri l'operatore $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito dalla matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ nella base canonica di $\mathbb{R}^3$

[6] i) Determinare la matrice associata a T nella base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ con $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

[4] ii) Determinare dimensioni, basi ed equazioni di Ker T e Im T

[1] iii) T è biettivo?

2) Siano dati in $\mathbb{R}^4$ i vettori $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$, $u = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$, $w = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ k-1 \end{pmatrix}$

[8] Si determinino dimensione, basi ed equazioni del sottospazio generato dai tre vettori al variare del parametro reale k.

3) Discutere al variare del parametro reale k il sistema $\Sigma_k : \begin{cases} kx + y + z = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$

[8] i) Determinare lo spazio delle soluzioni $\forall$ valore di k

[2] ii) Disegnare lo spazio delle soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di k.

4) Sfruttando la diagonalizzazione delle matrici

[4] $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ (se possibile)

i) dire se A e B sono simili

ii) Se possibile, diagonalizzarle.