

Tutorato - Giovedì 16 maggio 2019  
Esercizi proposti a lezione

**Esercizio 1** (Esame di Geometria 10/07/2018). Sia  $V$  lo spazio di  $\mathbb{R}^4$  di equazione

$$V = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x + 4y + z - 5w = 0\}$$

determinare:

1. una base ortonormale di  $V$ ;
2. la proiezione ortogonale del vettore

$$u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sul sottospazio  $V$ ;

3. il volume del parallelepipedo avente per lati i vettori di una base di  $V$ ;
4. il complemento ortogonale di  $V$ ;

**Esercizio 2** (Esame di Geometria 10/07/2018). Siano dati il piano  $\pi : 2x + 4y + z - 5 = 0$ , il punto  $A = (2, -1, 3)$ , la retta

$$r : \begin{cases} x = z + 4 \\ y = 2z + 3 \end{cases}$$

1. scrivere l'equazione del fascio di piani per la retta  $r$ ;
2. determinare la retta passante per  $A$ , parallela al piano  $\pi$  e perpendicolare alla retta  $r$ .

**Esercizio 3** (Esame di Geometria 10/07/2018). Sia  $F_k : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  una forma bilineare tale che la matrice associata nella base canonica sia

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ k & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. trovare, se esiste, un valore del parametro reale  $k$  tale che  $F_k((e_1 + e_2 + e_3, e_1 + e_2 + e_3)) = 4$ ;
2. per quali valori di  $k$ , se esistono, la forma quadratica associata ha segnatura  $(1, 2)$ ;
3. determinare la forma canonica per  $k = -1$  e la base di  $\mathbb{R}^3$  rispetto alla quale la forma quadratica è ridotta a forma canonica.