

30/09/2013

SISTEMI LINEARI

Sistema lineare in "m" variabili di "p" equazioni di primo grado

DEL SISTEMA:

GRADO: prodotto dei gradi delle equazioni del sistema

GRADO DI UN'EQUAZIONE: GRADO MASSIMO DEI MONOMI DEL POLINOMIO CHE FORMA L'EQUAZIONE

$$\sum \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1m}x_m = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2m}x_m = b_2 \\ \vdots \\ a_{p1}x_1 + a_{p2}x_2 + a_{p3}x_3 + \dots + a_{pm}x_m = b_p \end{cases}$$

$a_{ij} \in \mathbb{R}$ (campo numeri reali)

$a_{ij} \in \mathbb{R} \forall i \in \{1, \dots, p\}$ e $\forall j \in \{1, \dots, m\}$
 $b_k \in \mathbb{R} \forall k \in \{1, \dots, p\}$

$$\sum \begin{cases} \sum_{j=1}^m a_{1j}x_j = b_1 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^m a_{pj}x_j = b_p \end{cases}$$

SISTEMA OMOGENEO: se $b_k = 0 \forall k = 1, \dots, p$
altrimenti non omogeneo

ESEMPIO:

Sistema lineare non omogeneo di 2 equazioni in 3 incognite

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

SIGNIFICA

O PIU'

RISOLVERE UN SISTEMA IN m VARIABILI: trovare una ennumera di numeri reali che sostituita alle corrispondenti variabili rende ogni equazione vera IDENTITA'

SISTEMI CON LE STESSIME SOLUZIONI SI DICONO: EQUIVALENTI

METODI DI RISOLUZIONE

- SOSTITUZIONE: isolare una variabile e sostituirla per avere un'equazione in una incognita
- MATRICI
- ADDIZIONE: sommare o sottrarre equazioni membro a membro per eliminare delle incognite
- MATRICI
- METODO DI ELIMINAZIONE DI GAUSS: si procede con il metodo di addizione moltiplicando un'equazione per uno scalare per eliminare delle incognite con operazioni di addizione e sottrazione, NELLE EQUAZIONI SOTTOSTANTI

ESEMPIO

$$\Sigma \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 5 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{MOLTIPLICO PER } -2 \\ \text{LA SECONDA EQUAZIONE}}} \Sigma' \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 5 \\ -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma \equiv \Sigma'$$

SOTTO LA PRIMA EQUAZIONE ALLA SECONDA E SOSTITUISCO NEL SISTEMA
L'EQUAZIONE COSI' OTTENUTA ALLA SECONDA EQUAZIONE

$$\Sigma'' \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 5 \\ 5x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases} \quad (\Sigma'' \text{ è ancora equivalente a } \Sigma', \text{ da dimostrare})$$