8-05-2019

- PERPENDICOLARITÀ TRA RETTE IN $\mathbb{R}^3$

2 Rette possono essere:

- INCIDENTI
- //
- sghembe ⇗ 2 rette sghembe possono essere $\perp$?

Anche se sono sghembe, e quindi non si incontrano, possiamo considerare le giaciture che saranno applicate nell'origine, e vedere se LE GIACITURE sono $\perp$
PERCHÉ DUE RETTE SONO PERPENDICOLARI SE I VETTORI DI BASE DELLE DIREZIONI SONO ORTOGONALI

$$r_1: X = t\begin{pmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

→ Consideriamo i due vettori direzione: $\begin{pmatrix} l_1 \\ m_1 \\ n_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} l_2 \\ m_2 \\ n_2 \end{pmatrix}$

$$r_2: X = t\begin{pmatrix} l_2 \\ m_2 \\ n_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

se $\boxed{l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0 \rightarrow r_1 \perp r_2}$

se le eq. sono date in forma cartesiana è consigliato portarle in forma parametrica e lavorare con le direzioni

$$r_1: \begin{cases} a_1 x + a_2 y + a_3 z + a_n = 0 \\ b_1 x + b_2 y + b_3 z + b_n = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$$

Considero i minori 2×2 → essi saranno multipli di l_1, m_1, n_1

$$a_2 b_3 - b_2 a_3 = \alpha l_1$$

$$-(a_1 b_3 - b_1 a_3) = \alpha m_1$$

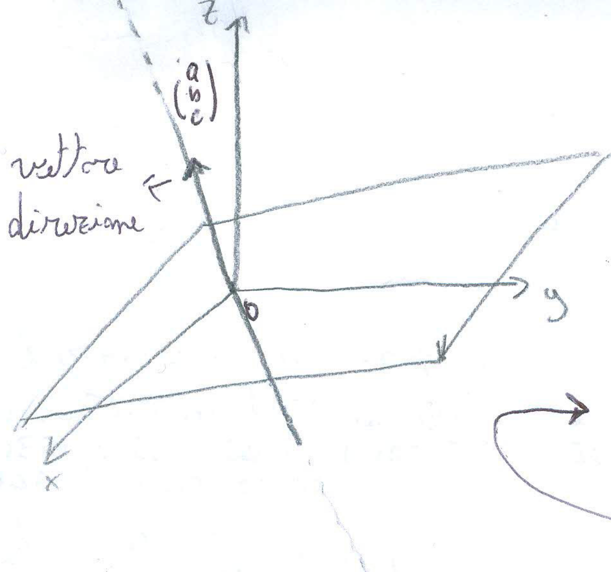
$$(a_1 b_2 - b_1 a_2) = \alpha n_1$$

- PERPENDICOLARITÀ TRA RETTA E PIANO IN $\mathbb{R}^3$

- retta in f. parametrica
- piano in f. cartesiana

$ax + by + cz + d = 0$ → considero la sua equazione $\boxed{ax + by + cz = 0}$

notiamo che è un prodotto scalare $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$ poiché il prod. scalare è nullo il vettore $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, è $\perp$ ad un generico vettore del piano → $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ è un vettore $\perp$ al piano stesso



Quindi la retta generata da $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ sarà $\perp$ al piano.

Affinché r_1 sia $\perp$ al piano la sua direzione deve essere proporzionale a quella del piano:

$$\boxed{\frac{l_1}{a}=\frac{m_1}{b}=\frac{n_1}{c}}$$

r_1 DEVE ESSERE // ALLA RETTA « $\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ » E QUINDI $\begin{pmatrix}l_1\\m_1\\n_1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$, DA CUI

Esercizio

Dare la retta r $\perp$ al piano ~~[illegible]~~ $\pi: x+y-2z+2=0$ passante per $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

$$r: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=t\begin{pmatrix}1\\1\\-2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} \checkmark$$

$\downarrow$ VETTORE Direzione DI UNA RETTA PERPENDICOLARE AL PIANO DATO

$\hookrightarrow$ Punto P

PERP. TRA 2 PIANI IN R^3

$\pi_1: a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0 \quad \pi_2: a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$

se $\pi_1 \perp \pi_2 \rightarrow \boxed{a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0}$ (Prod. scalare delle due direzioni DELLE RETTE PERPENDICOLARI AI PIANI DEVE ESSERE NULLO)

Esercizio

retta passante per $P: (x_0, y_0, z_0)$ e $\perp$ a $\pi: ax+by+cz+d=0$

$$\boxed{\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}}$$

$\downarrow$

Deriva dal fatto che $\underbrace{(x-x_0),\ (y-y_0),\ (z-z_0)}_{\text{IL VETTORE DI BASE}}$ della direzione della retta cercata, che deve essere $\perp$ al piano