Soluzioni parziale II

1. Esercizio 1
   - Per $a = 0$, $\dim \ker f = 2$.
   - $\ker f = \left[(0,1,0,1)^T, (0,0,1,0)^T\right]$; $\mathrm{Im} f = \left[(0,0,1)^T, (0,1,0)^T\right]$.
   - Il vettore $(1,1,1)$ non appartiene ad $\mathrm{Im} f$ per $a = 0$.
2. Esercizio 2
   - $M_{\mathcal{C}}^{\mathcal{C}}(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
   - $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} -1 & -4 & 8 \\ 7/2 & 9 & -27/2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$.
3. Esercizio 3
   - $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 5$, $\lambda_3 = 1$. La matrice A e' diagonalizzabile, avendo autovalori distinti.
   - $\mathcal{B} = \left\{(-1,-1,1), (\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1), (-1,1,0)\right\}$.
4. Esercizio 4
   - $\mathcal{B} = \left\{\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), (1,0,0,0), \left(0, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) (0,0,1,0)\right\}$
   - Coefficienti di Fourier: $a_1 = \frac{5}{\sqrt{2}}$, $a_2 = 5$, $a_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $a_4 = -1$.
   - Detta Q la matrice le cui colonne sono gli elementi della base ortonormale $\mathcal{B}$, si ha $Q^{-1} = Q^T$.
5. Esercizio 5
   - La forma quadratica e' indefinita.
   - $\mathcal{M} = \left\{(0,1,0), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right\}$.
6. Esercizio 6
   - $M_{\mathcal{B}''}^{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

7. Esercizio 7

   - Equazioni parametriche

   $$r : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$$

   Equazioni cartesiane $r : \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{-2}$.

   - $(1, -1, -1) \notin r$.
   - Le rette non sono incidenti.
   - Vi sono infinite rette passanti per P ed ortogonali ad r, di parametri direttori (u_1, u_2, u_3) tali che $u_1 = 2u_3 - 2u_2$:

   $$\frac{x+1}{2u_3 - 2u_2} = \frac{y}{u_2} = \frac{z-3}{u_3}.$$