

FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA

ESERCIZI

1) Calcolare l'integrale $\int_L \frac{1}{1+z^2} dz$ dove L è il cammino ottenuto sommando le circonferenze $|z+i|=1$ e $|z-i|=1$ ed il segmento $\overline{01}$.

2) Sia γ un cammino chiuso det. nelle regioni
a) $\text{Re } z > -4$; b) Disco di centro $z=1+i$ e raggio $3\sqrt{5}$
Dire, nei due casi, se $\int_{\gamma} \frac{1}{z+4} dz$ dipende dalle scelte di γ .

3) Calcolare $\int_{S^1} \frac{z e^{2z}}{z^2} dz$; $\int_{\Gamma} \frac{1}{z-3} dz$ con a) $\Gamma: |z|=1$
b) $\Gamma: |z+i|=4$

4) Dimostrare che se $f(z)$ è una funzione olomorfa all'interno e sul bordo di una regione limitata da due curve chiuse Γ_1 e $\Gamma_2 \Rightarrow \int_{\Gamma_1} f(z) dz = \int_{\Gamma_2} f(z) dz$

5) Calcolare gli integrali

a) $\int_{\gamma} \frac{z}{z} dz$ dove γ è il cammino costituito dalla semicirconferenza $|z|=1, \text{Im } z > 0$, e del segmento dell'asse reale compreso tra -1 e 1 , percorso positivamente

b) $\int_{\partial} (z-\bar{z})^2 dz$ dove ∂ è il bordo del triangolo di vertici $(0,0), (1,0), (0,1)$ percorso in verso antiorario.

c) $\int_{\partial} z^2 dz$ sul cammino ∂ di b)