

# FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA

## ESERCIZI

1) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{|z-\pi i|=1} \frac{e^{2z+1}}{z-\pi i} dz; \quad \int_{|z|<6} \frac{e^z}{z} dz; \quad \int_{|z+1|=3} \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$$

$$\int_{|z|=1} \frac{\sin^6 z}{z-\pi/6} dz; \quad \int_{|z|<8} \frac{\sin z}{(z-\pi)^2} dz; \quad \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-i|=1} \frac{e^z}{(z^2+1)^2} dz$$

2) Sviluppare in serie di Taylor-Laurent le seguenti funzioni in un intorno di  $z=0$ ;

a)  $\log(1+z)$ ; b)  $\log(1-z)$ ; c)  $\frac{z}{1-z}$ ; d)  $\frac{1}{1+z^2}$

3) Determinare lo sviluppo in serie di Taylor-Laurent della funzione  $\sin z$  in un intorno di  $z = -\frac{\pi}{4}$ .

4) Determinare lo sviluppo in serie di Taylor in un intorno di  $z=0$  delle funzioni:

a)  $\log \frac{1+z}{1-z}$ ; b)  $z \cos^2 z$

5) Calcolare gli integrali:

$$\int_{\partial \Delta(1,1)} \frac{z}{(z-1)(z+1)^2} dz; \quad \int_{\partial \Delta(0,4)} \frac{e^{iz}}{z-\pi} dz; \quad \int_{\partial \Delta(0,2)} \frac{\cos z}{(z-\frac{\pi}{2})(z-3)^3} dz$$

$$\int_{|z|<6} \frac{\sin 2z + \cos z}{(z-\pi)^7} dz; \quad \int_{|z|<8} \frac{e^z - \cos 3z + 8}{(z+2\pi i)^3} dz$$