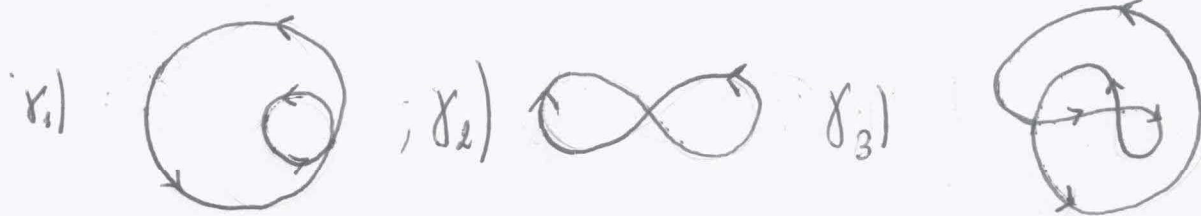


# FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA

## ESERCIZI

1) Dati i cammini le cui tracce in  $\mathbb{C}$  sono



determinare gli indici  $I(\gamma_i, z)$ ,  $i=1,2,3$ , rispetto ai punti di estremo componente connesse di  $\mathbb{C} - \{z\}$

2) Calcolare  $I(\gamma_1, 0)$  per il cammino  $\gamma_1(t) = e^{k\pi it}$ ,  $t \in [0,1]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , e per il cammino  $\gamma_2: [0,2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$  di equazione parametrica

$$\begin{cases} x(t) = \cos t + 2 \cos^2 t \\ y(t) = \sin t + 2 \sin t \cos t \end{cases}$$

Calcolare  $I(\gamma_2, \frac{1}{2})$  e  $I(\gamma_2, 2)$ : si effettuino i calcoli utilizzando la nozione di indice.

3) Calcolare il residuo della funzione  $e^{1/z^2}$  senz in  $z=0$

4) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{\partial D(0, \pi)} \frac{\sin z + \cos z}{(z - \frac{\pi}{2})^2} dz ; \quad \int_{\partial D(0, 2)} \frac{(z-1)e^{1/z}}{(z+1)^3} dz ;$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\partial D(0, \sqrt{5})} \frac{e^{zt}}{z^2+1} dz, \quad t > 0 ; \quad \int_{\partial \{z \mid |z+1| + |z-1| \leq 2\sqrt{2}\}} \frac{z}{(z-1)(z+1)^2} dz$$