

# FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA

## ESERCIZI

1) Studiare la convergenza delle serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n z^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4 z^n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + z^n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n z^n}$$

2) Data  $f: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{C}$  con  $f = u + iv$ ,  $u, v$  differenziabili, con derivate parziali continue  $\Rightarrow$  se  $|f|^2$  è costante  $\Rightarrow f$  costante

3) Data  $\log z$  determinare le sue derivate, verificando le condizioni di Cauchy per le sue parti reali e le sue parti immaginarie

4) Studiare la funzione  $\operatorname{arccos} z$

5) Studiare la funzione  $\operatorname{arctg} z$

6) Determinare gli zeri di  $\cos z$  e di  $\operatorname{tg} z$ .

7) Dimostrare che  $\cos^2 z + \operatorname{sen}^2 z = 1$

8) Mostrare che la funzione

$$f(z) = (z+a) \exp(z) + (z-a) \exp(-z), \quad a \in \mathbb{R}^+$$

ha solo radici immaginarie, eccetto  $z=0$

9) Determinare gli zeri di  $f(z) = \cos z - \cosh z$ .  
 Ci sono zeri multipli?

10) Studiare le serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{n-1}}{n^3 3^{n-1}}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{(n+1)(n+2)}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{\operatorname{tg} \operatorname{tg} n}, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$$