FUNZIONI DI UNA VARIABILE COMPLESSA
ESERCIZI

1) Dimostrare che

a) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2 i^n}{n^3+1} = 0$; b) $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+3i} - i\frac{n}{n+1} \right) = 1-i$

2) Studiare la convergenza e la convergenza assoluta di:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2} + \frac{n}{(n+1)(n+2)} i \right]$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{-n} - 2^{-n} i \right)$;

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(in)^p}{n!}$ $p \in \mathbb{Z}$; d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n^p}$ $p \in \mathbb{R}$

3) Trovare sulla sfera di Riemann le immagini dei domini definiti dalle disequazioni

a) $\operatorname{Im} z > 0$; b) $\operatorname{Re} z > 0$; c) $|z| < 1$; d) $|z| > 1$.

4) A cosa corrisponde sulla sfera di Riemann la famiglia di rette parallele nel piano di Gauss?

5) Determinare come possono essere rese univoche le funzioni plurivoche:

a) $f(z) = \sqrt{z(z-1)}$; b) $f(z) = \lg z$

6) Determinare la parte reale, la parte immaginaria ed il modulo delle funzioni di variabile complessa:

$f(z) = e^{z^2}$; $g(z) = \lg z$