

## Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 5/9/2007

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

### *Esercizio 1.*

Si consideri lo spazio topologico  $X = (\mathbb{R}^2, \mathcal{U})$ , dove

$$\mathcal{U} = \{\emptyset, \mathbb{R}^2, B_r(0) \mid r \in \mathbb{R}, r > 0\}$$

[6] determinare la chiusura e l'interno di

$$W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| \leq 1, |y| \leq 2\}$$

e

$$Z = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = \sin y\}$$

[5] Mostrare che  $X$  è connesso e non è né compatto né di Hausdorff.

[4] Mostrare che i sottoinsiemi compatti di  $X$  sono tutti limitati, per la metrica euclidea. Esibire un sottoinsieme di  $X$  compatto ma non chiuso, rispetto alla metrica  $\mathcal{U}$ .

### *Esercizio 2.*

Si considerino i seguenti spazi topologici, dotati della topologia usuale:

- .  $D^2 \times I$
- .  $S^3$
- .  $\mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$

Per questi tre spazi:

[5] si determini il gruppo fondamentale

[5] si dica se è omeomorfo a  $D^2$

[5] si determini il gruppo fondamentale di  $X \setminus \{p\}$ , dove  $p \in X$  è un qualsiasi punto e  $X$  è uno spazio della lista.