Geometria 3 (nuovo ordinamento)
Esame scritto del 21/6/2004

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.
[7] Si consideri l'insieme $X = \mathbb{R}$ dotato della topologia

$$\mathcal{U} = \{(r, \infty)\}_{r \geq 0} \cup \mathbb{R} \cup \emptyset$$

Sia $Y = [-5, 7) \subset X$ determinare la chiusura e l'interno di Y
[3] Sia ora $W_1 = \{0\} \cup (1, 2) \subset X$. Dire se W_1 è compatto.
[5] Mostrare che ogni sottoinsieme di X è connesso.

Esercizio 2.
Si consideri lo spazio topologico $X = \mathbf{R}$ dotato della topologia usuale.

[6] Si determini il gruppo fondamentale di X e si concluda che non esiste alcun rivestimento $p : X \to I$;
[3] si mostri che X non è omeomorfo ad alcun sottoinsieme di $\mathbb{R}$, dotato della topologia usuale;
[3] si mostri che X non è omeomorfo ad alcun sottoinsieme di $\mathbb{R}$, dotato della topologia dell'esercizio 1.
[3] Esiste una topologia $\mathcal{U}_R$ sull'insieme $\mathbb{R}$ ed un sottoinsieme $Y \subseteq \mathbb{R}$, tale che X sia omeomorfo ad Y con la topologia indotta da $\mathcal{U}_R$?