Geometria 3 (nuovo ordinamento)
Esame scritto del 1/4/2004

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.
[7] Sia $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z = 0\} \subset \mathbb{R}^3$ e si consideri la topologia cofinita su X. Determinare la chiusura e l'interno di

$$Y = \{(x, y, z) \in X | 0 < x\} \subset X$$

[3] Determinare una topologia su $X = \mathbb{R}$ in modo tale che X sia compatto ma il sottoinsieme $W = \{x \in \mathbb{R} | |x| < 1\}$ non sia compatto.

Esercizio 2.
Sia X una spazio topologico e $W_1, W_2 \subset X$ due sottospazi.
[5] Mostrare che se W_1 e W_2 sono connessi e $W_1 \cap W_2 \neq \emptyset$ allora $W_1 \cup W_2$ è connesso.
[5] Mostrare che il sottospazio

$$Y = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + 3z^2 = 5\} \subset \mathbb{R}^3$$

dotato della topologia usuale, è connesso

Esercizio 3.
Si considerino gli spazi topologici **A** e **D**

[6] determinare il loro gruppo fondamentale
[4] mostrare che non sono omeomorfi