# Geometria 2
# Esame scritto del 17/07/2017

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

*Esercizio* 1. Si consideri $\mathbb{R}^2$ con la topologia usuale. Siano $Y_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 - y < 0\}$ e $Y_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x = \sin y\}$
[2] Si determinino la chiusura e l'interno di $Y_1$ e $Y_2$.
[3] Si dica se $Y_1$ e $Y_2$ sono: connessi, compatti, tra loro omeomorfi.
[4] Si mostri che $Y_1$ è contraibile.
[3] Sia $W_1 = \mathbb{R}^2 / \sim_{Y_1}$, il quoziente di $\mathbb{R}^2$ che identifica i punti di $Y_1$. Si dica se $W_1$ è di Hausdorff.
[3] Sia $W_2 = \mathbb{R}^2 / \sim_{Y_2}$, il quoziente di $\mathbb{R}^2$ che identifica i punti di $Y_2$. Si dica se $W_2$ è compatto.

*Esercizio* 2. Si consideri $S^2 \times \mathbb{R}$ dotato della topologia usuale. Sia $N := (0, 0, 1) \in S^2$ si definiscano $X_1 = (S^2 \times \mathbb{R}) \setminus (\{N\} \times \mathbb{R})$ e $X_2 = (S^2 \times \mathbb{R}) \setminus \{(N, 0)\}$.
[5] Si determini il gruppo fondamentale di $X_1$ e $X_2$.
[3] Si mostri che $X_1$ è contraibile.
[7] Si mostri che:

- $X_2$ è una 3-varietà topologica non compatta,
- si esibisca un rivestimento $p : X_1 \to S^1 \times S^1 \times S^1$,
- si mostri che non esiste alcun rivestimento $p : S^1 \times Y \to X_2$, per ogni spazio topologico $Y$.