

Geometria 3 (nuovo ordinamento)

Esame scritto del 30/03/2010

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Non è necessario descrivere le equazioni di retrazioni od omotopie nel caso siano evidenti. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

Esercizio 1.

- [2] Siano $X = (\mathbb{R}^1, \text{topologia usuale})$ e $Y = (\mathbb{R}^3, \text{topologia discreta})$ due spazi topologici. Si mostri che $X \not\approx Y$.
- [4] Siano $W_1 = \{x \in \mathbb{R} | x \neq x^2\}$ e $W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x > 0\}$. Si determini la chiusura e l'interno di W_1 in X e W_2 in Y .
- [4] Sia $W \subset X \times Y$ un sottospazio compatto e connesso si mostri che o W è un singolo punto oppure $W \approx [0, 1]$ (i.e. l'intervallo unitario dotato della topologia usuale).
- [5] Sia $W = \{(1/n, 1+n, \sin n)\}_{n \in \mathbb{N}}$ e $Z = (\mathbb{R}^3, \text{topologia usuale})$. Siano $W_Y = (W, \text{topologia indotta da } Y)$ e $W_Z = (W, \text{topologia indotta da } Z)$. Si dica se $W_Y \approx W_Z$.

Esercizio 2.

Sia $Z = S^2 \times \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^1$ lo spazio topologico dotato della topologia usuale

- [3] Si determini $\pi_1(Z)$
- [4] Si dica se Z è omeomorfo o omotopicamente equivalente a:
 - . $S^1 \times S^2$
 - . $S^1 \times I$
- [8] Sia \sim la relazione di equivalenza su X definita nel modo seguente

$$(x, y) \sim (x_1, y_1) \text{ se } x = \pm x_1 \text{ e } y = y_1$$

Sia $Z_1 = Z / \sim$ lo spazio quoziente. Si determini il gruppo fondamentale di Z_1 . Si dica se Z_1 è omeomorfo a $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^3 \times S^1$.