

Qui sotto la lista di 18+6 domande. In ogni esame scritto dovete rispondere esattamente a 3 domande del primo gruppo e ad una del secondo.

PRIMO GRUPPO

- (1) Definizione di funzione continua tra spazi topologici e di omeomorfismo.
- (2) Definizione di interno e chiusura di un sottoinsieme.
- (3) Definizione di topologia indotta e sottospazio.
- (4) Definizione di quoziente e topologia quoziente.
- (5) Definizione di topologia prodotto ed enunciato del Teorema di Tychonoff.
- (6) Definizione di spazio topologico compatto e spazio metrico compatto per successioni.
- (7) Definizione di punto di accumulazione per un sottoinsieme ed enunciato del Teorema di Heine–Borel.
- (8) Definizione di spazio topologico di Hausdorff.
- (9) Definizione di spazio topologico connesso.
- (10) Definizione di arco e spazio topologico connesso per archi.
- (11) Definizione di equivalenza omotopica tra funzioni.
- (12) Definizione di equivalenza omotopica tra spazi topologici.
- (13) Definizione di spazio contraibile ed esempi di: uno spazio contraibile di cardinalità almeno 2 e uno spazio non contraibile.
- (14) Definizione di rivestimento.
- (15) Definizione di spazio semplicemente connesso ed esempi di: uno spazio semplicemente connesso di cardinalità almeno 2 e di uno spazio non semplicemente connesso.
- (16) Si scrivano i gruppi fondamentali di: \mathbb{R}^n , S^n , $S^n \times \mathbb{P}_{\mathbb{R}}^n$.
- (17) Definizione del morfismo $f_* : \Pi_1(X, x) \rightarrow \Pi_1(Y, f(x))$, indotto da una funzione continua $f : X \rightarrow Y$.
- (18) Definizione del morfismo $\pi_\alpha : \Pi_1(X, x) \rightarrow \Pi_1(X, \alpha(1))$ indotto da un arco $\alpha : I \rightarrow X$, con $\alpha(0) = x$.

SECONDO GRUPPO

- (1) Si mostri che una funzione biettiva e continua da uno spazio compatto in uno spazio di Hausdorff è un omeomorfismo. Si dia un esempio di due spazi topologici X, Y e di una funzione continua e biettiva $f : X \rightarrow Y$ che non è un omeomorfismo.
- (2) Si dimostri che i compatti di uno spazio di Hausdorff sono chiusi.
- (3) Siano $X_1, X_2 \subset Y$ due sottospazi topologici connessi. Si mostri che se $X_1 \cap X_2 \neq \emptyset$ allora $X_1 \cup X_2$ è connesso.
- (4) Si mostri che \mathbb{R}^n è contraibile.
- (5) Si mostri che $\mathbb{R}^2 \not\approx \mathbb{R}^n$, se $n \neq 2$.
- (6) Sia $p : E \rightarrow X$ un rivestimento, si mostri che $p_* : \Pi_1(E, e) \rightarrow \Pi_1(X, p(e))$ è iniettiva.