

## Geometria 3 (nuovo ordinamento) Esame scritto del 8/1/2004

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno corrette. A fianco di ogni domanda è indicato il punteggio. Si è ammessi all'orale con un punteggio minimo di 12/30.

*Esercizio 1.*

[7] Sia  $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\} \subset \mathbb{R}^3$  e si consideri la topologia cofinita su  $X$ . Determinare la chiusura e l'interno di

$$Y = \{(x, y, z) \in X \mid 0 < x\} \subset X$$

[3] Determinare una topologia su  $X = \mathbb{R}^2$  in modo tale che  $X$  sia compatto ma il sottoinsieme  $W = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + (y-1)^2 < 1\}$  non sia compatto.

*Esercizio 2.*

Sia  $X$  uno spazio topologico. Si supponga che esistano funzioni continue

$$\begin{aligned} f : I &\rightarrow X \text{ suriettiva} \\ g : X &\rightarrow S^1 \text{ iniettiva} \end{aligned}$$

[5] mostrare che  $X$  è omeomorfo ad un sottospazio connesso e compatto di  $S^1$ .

[5] concludere che o  $X \approx S^1$  oppure  $X \approx I$  oppure  $X = \{pt\}$ .

*Esercizio 3.*

[10] Mostrare che la lettera **P** e la lettera **R** sono omotopicamente equivalenti ma non omeomorfe