FUNZIONI ESPONENZIALI
E FUNZIONI LOGARITMICHE

1. LA FUNZIONE ESPONENZIALE

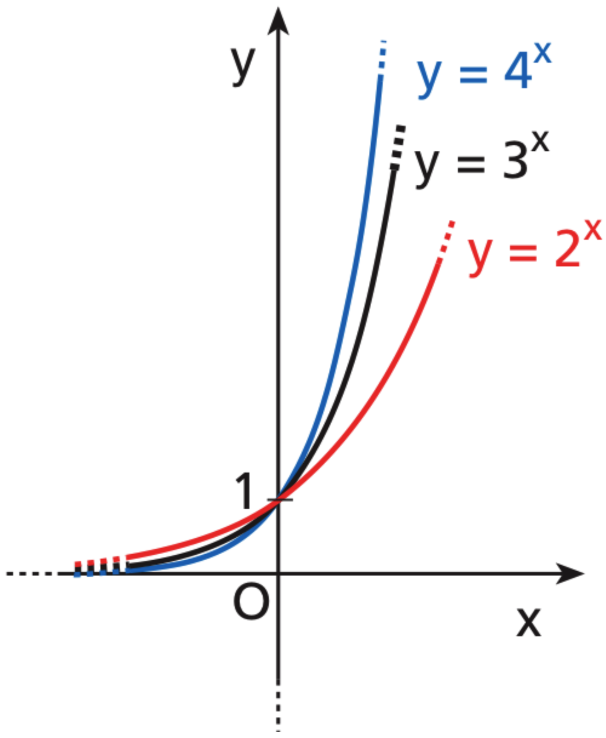
DEFINIZIONE

Funzione esponenziale

Si chiama funzione esponenziale
ogni funzione del tipo:

$$y = a^x$$

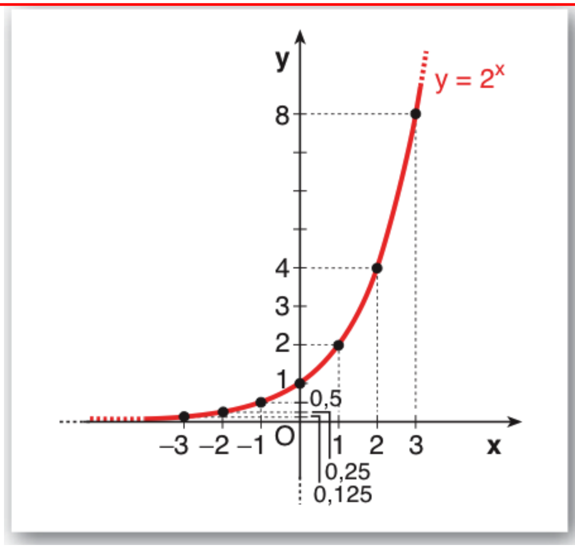
con $a \in \mathbb{R}$



Il dominio della funzione è $\mathbb{R}$, il codomino $\mathbb{R}^+$.

Al variare di *a* si hanno tre possibili andamenti:

1. LA FUNZIONE ESPONENZIALE

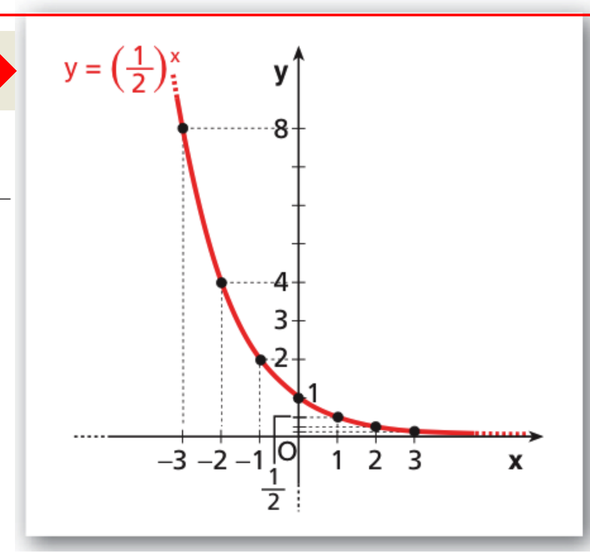


a > 1

x	$y = 2^x$
-3	$\frac{1}{8}$
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8

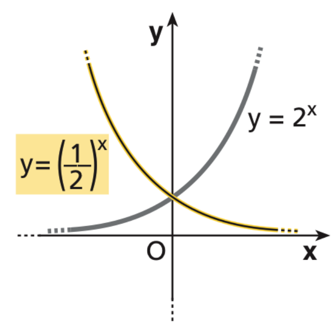
0 < a < 1

x	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$
3	$\frac{1}{8}$



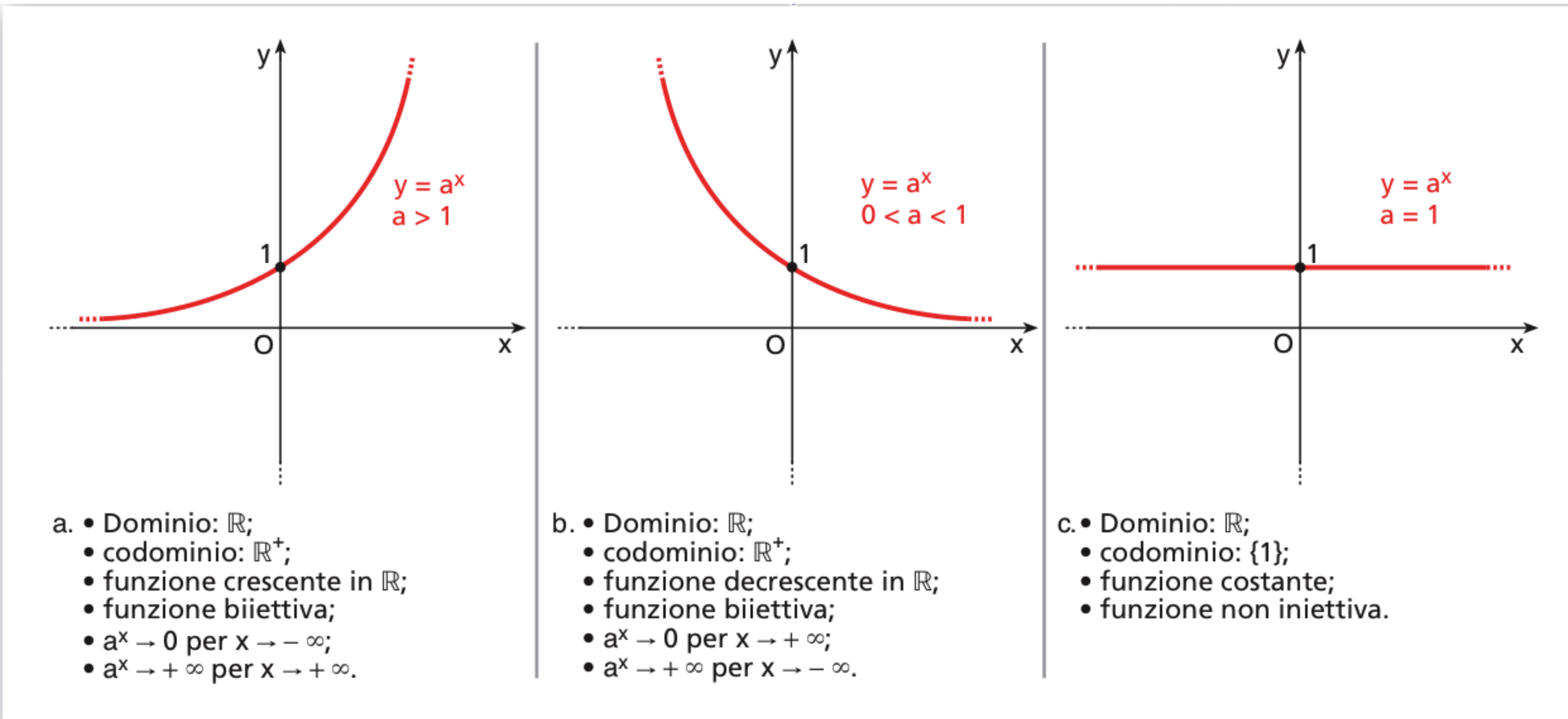
Se $a=1$ la funzione è una retta parallela all'asse delle ascisse passante per il punto (0;1).

Il grafico della funzione $y = 2^x$ e quello della funzione $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ sono simmetrici rispetto all'asse y.



1. LA FUNZIONE ESPONENZIALE

In conclusione:

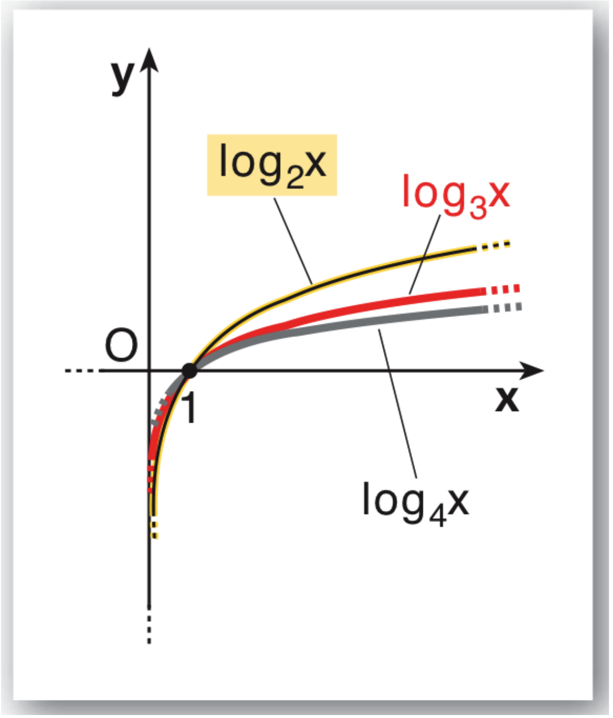


2. LA FUNZIONE LOGARITMICA

DEFINIZIONE

Funzione logaritmica

Si chiama funzione logaritmica ogni funzione del tipo:
$y = \log_a x$, con $a > 0$ e $a \neq 1$

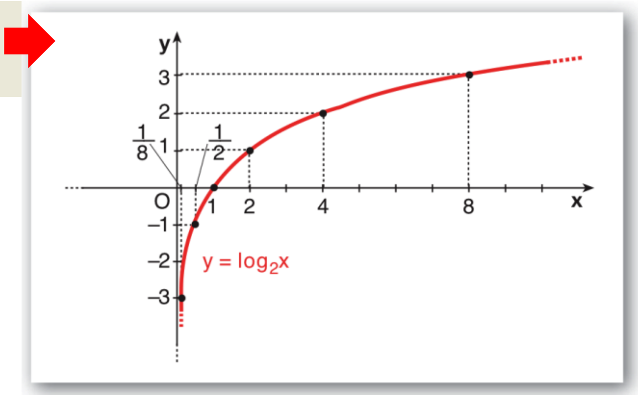


Il dominio della funzione è $\mathbb{R}^+$ il codomino $\mathbb{R}$.

Al variare di *a* si hanno due possibili andamenti:

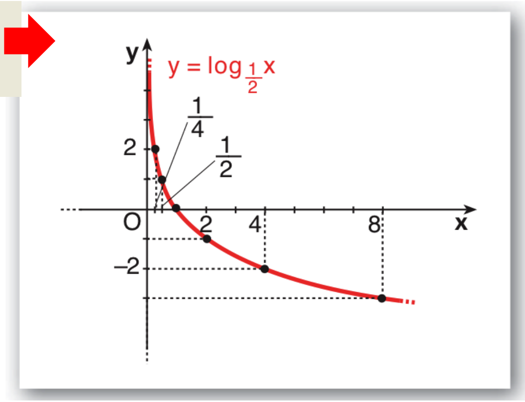
2. LA FUNZIONE LOGARITMICA

$a > 1$



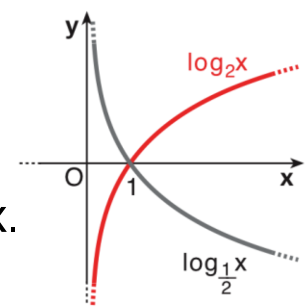
x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-3	-2	-1	0	1	2	3

$0 < a < 1$



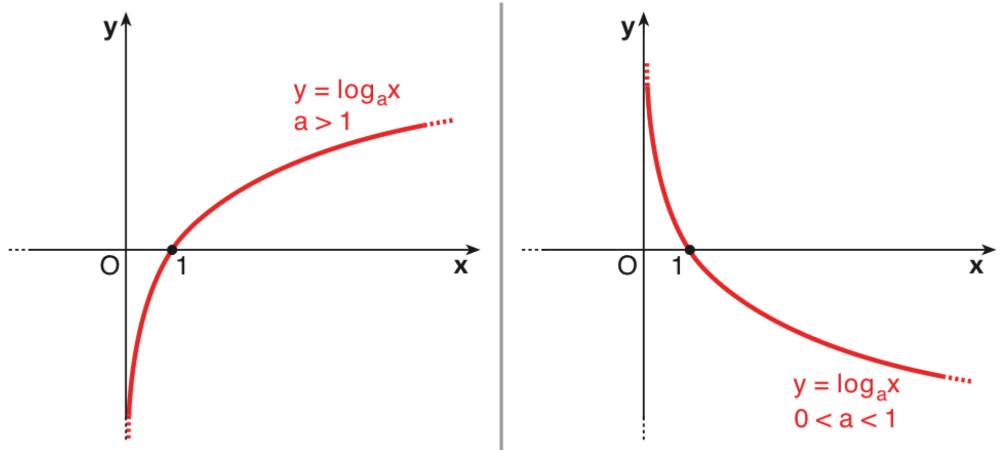
x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	3	2	1	0	-1	-2	-3

- Il grafico della funzione $y = \log_a x$ e quello della funzione $y = \log_{\frac{1}{a}} x$ sono simmetrici rispetto all'asse x.



2. LA FUNZIONE LOGARITMICA

In conclusione:



a.
- Dominio: $\mathbb{R}^+$;
- codominio: $\mathbb{R}$;
- funzione crescente in $\mathbb{R}^+$;
- funzione biiettiva;
- $\log_a x \to -\infty$ per $x \to 0$;
- $\log_a x \to +\infty$ per $x \to +\infty$.

b.
- Dominio: $\mathbb{R}^+$;
- codominio: $\mathbb{R}$;
- funzione decrescente in $\mathbb{R}^+$;
- funzione biiettiva;
- $\log_a x \to +\infty$ per $x \to 0$;
- $\log_a x \to -\infty$ per $x \to +\infty$.

3. ESPONENZIALE E LOGARITMO A CONFRONTO

La funzione $y = a^x$ è biiettiva da $\mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^+$ quindi è invertibile.
Invertendola si ottiene:

$$x = \log_a y$$

Pertanto, la funzione logaritmo è la funzione inversa della funzione esponenziale e i due grafici sono simmetrici rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante.